الدوال اللوغارتمية

أهداف الدرس

➢ التمكن من دالة اللوغاريتم النبيري ➢ معرفة الخاصيات الجبرية لدالة اللوغاريتم النبيري ➢ التمكن من دراسة دالة اللوغاريتم النبيري ➢ التعرف على نهايات اللوغاريتم الأساسية ➢ معرفة المشتقة اللوغارتمية لدالة و مشتقة الدالة $x \mapsto ln\lvert u(x)\rvert$	➢ التمكن من تحديد دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ ➢ التعرف على دالة اللوغاريتم للأساس a. ➢ توظيف الدوال اللوغارتمية في مواد أخرى من مواد التخصص.

القدرات المنتظرة

- ❖ التمكن من الحسابات الجبرية اللوغاريتمات
- ❖ التمكن من حل معادلات و متراجحات و نظمات لوغاريتمية
- ❖ معرفة اللوغاريتم العشري و تطبيقاته (حل المعادلات من النوع $10^x = a$)
- ❖ التمكن من النهايات اللوغاريتمية الأساسية و توظيفها.
- ❖ التمكن من دراسة و تمثيل دوال تحتوي على دوال لوغاريتمية .

الامتدادات

❖ الحساب التكاملي ❖ الفيزياء و الكيمياء ❖ الإحصاء و الاحتمالات	❖ علوم الحياة و الأرض ❖ العلوم الاقتصادية ❖ الحسابات الجبرية

فقرات الدرس

- ❖ دالة اللوغاريتم النبيري
- ❖ دراسة دالة اللوغاريتم النبيري
- ❖ نهايات اعتيادية أخرى
- ❖ المشتقة اللوغاريتمية لدالة
- ❖ دالة اللوغاريتم للأساس a
- ❖ دالة اللوغاريتم العشري
- ❖ دراسة دالة اللوغاريتم للأساس a

) - دالة اللوغاريتم النبيري Fonction logarithme népérien

الدالة $x \mapsto \frac{1}{x}$ متصلة على المجال $]0,+\infty[$ ، إذن تقبل دوال أصلية على المجال $]0,+\infty[$ ،
تقبل دالة أصلية وحيدة تنعدم في 1.

تعريف

دالة اللوغاريتم النبيري هي الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \frac{1}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$ و التي تنعدم في 1.
و نرمز لها بالرمز: ln.

ائج

- مجموعة تعريف الدالة ln هي المجال $]0,+\infty[$.
- $ln\,1=0$
- الدالة ln قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و لدينا: $\forall x \in]0,+\infty[, (ln\,x)' = \frac{1}{x}$
- الدالة ln تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$. أي: $\forall a,b \in]0,+\infty[, a<b \Leftrightarrow ln\,a < ln\,b$.
- $\forall a,b \in]0,+\infty[, ln\,a = ln\,b \Leftrightarrow a=b$.
- • $ln\,x=0 \Leftrightarrow x=1$ و • $ln\,x>0 \Leftrightarrow x>1$ و • $ln\,x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$.

ثلة

- حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:
  - • $f: x \mapsto \frac{x}{ln\,x}$ • $g: x \mapsto \sqrt{(x-1)ln\,x}$ • $h: x \mapsto ln\,ln\,x$.
- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:
  - • $ln\,2x = ln(x^2+1)$ • $ln(x-1)-ln(3x+1)=0$ • $ln\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right)=0$
- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:
  - • $ln(3x+2)<0$ • $ln(x-1)<ln(2x-1)$ • $ln\left(\frac{x-1}{x^2+1}\right)\geq 0$.

خاصيات جبرية

خاصية الأساسية

- لكل a و b من المجال $]0,+\infty[$ ، لدينا: $ln(ab)=ln\,a+ln\,b$

هان

نضع : $\forall x>0, F(x)=ln(kx)$ و $\forall x>0, u(x)=kx$ ، حيث $k \in \mathbb{R}_+^*$.
دينا : $\forall x>0, F(x)=ln \circ u(x)$ إذن F قابلة للاشتقاق عل المجال $]0,+\infty[$ و لدينا:
$\forall x>0, F'(x)=ln'(u(x)) \times u'(x) = \frac{1}{x}$
ذن $\exists c \in \mathbb{R} / F(x)=ln\,x+c$ و من أجل $x=1$ ، $ln\,k=c$.
ومنه $ln(kx)=ln\,x+ln\,k$.
ذا وضعنا: $x=a$ و $k=b$ فإن: $ln(ab)=ln\,a+ln\,b$.

ملاحظة

بين بالترجع أن: $ln\left(\prod_{i=1}^{i=n} a_i\right)=\sum_{i=1}^{i=n} ln(a_i)$ حيث a_1 و a_2 و...و a_n أعدادا حقيقية موجبة قطعا.

خاصية

لكل a و b من المجال $]0,+\infty[$ ، و لكل r من $\mathbb{Q}$ ، لدينا:

1)- $ln\left(\frac{1}{a}\right)=-ln\,a$

2)- $ln\left(\frac{a}{b}\right)=ln\,a-ln\,b$

3)- $ln\left(a^r\right)=r\,ln\,a$

4)- $ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}ln\,a$.

برهان

1)- لدينا: $\forall a>0, 0=ln\,1=ln\left(a\times\frac{1}{a}\right)=ln\,a+ln\frac{1}{a}$ و منه $ln\left(\frac{1}{a}\right)=-ln\,a$.

2)- لدينا: $ln\left(\frac{a}{b}\right)=ln\left(a\times\frac{1}{b}\right)=ln\,a+ln\frac{1}{b}=ln\,a-ln\,b$ لكل a و b من $\mathbb{R}_+^*$.

3)- إذا كان $r=n\in\mathbb{N}$: $a_1=a_2=....=a_n=a$ و نحصل على: $ln\,a^n=n\,ln\,a$

إذا كان $r=-n\in\mathbb{Z}^-$: $\forall a>0, ln\,a^r=ln\frac{1}{a^n}=-ln\,a^n=-n\,ln\,a^n=r\,ln\,a$

إذا كان $r=\frac{p}{q}$: $\forall a>0, q\,ln\,a^r=ln\,a^{qr}=ln\,a^p=p\,ln\,a$ إذن $\forall a>0, ln\,a^r=r\,ln\,a$

ملاحظة

- إذا كان $xy>0$ فإن: $ln(xy)=ln|x|+ln|y|$ و $ln\left(\frac{x}{y}\right)=ln|x|-ln|y|$ و $ln\,x^2=2\,ln|x|$
- لكل x من المجال $]0,+\infty[$ و لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، لدينا: $ln\sqrt[n]{x}=\frac{1}{n}ln\,x$.

أمثلة

- بسط العددين: $A=ln\sqrt{2-\sqrt{2}}+ln\sqrt{2+\sqrt{2}}$.
- $B=ln\left(\sqrt{2}-1\right)^{2012}+ln\left(\sqrt{2}+1\right)^{2012}$.
- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $ln(3-x)-\frac{1}{2}ln(2x)=ln\sqrt{x+1}$.
- $\alpha=ln\,a$ و $\beta=ln\,b$. أكتب $ln\left(a^3b^4\right)$ و $ln\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^3b^2}}\right)$

]-) دراسة دالة اللوغاريتم النبيري

مجموعة تعريف الدالة ln هي المجال $]0,+\infty[$.

)- نهايات اعتيادية

خاصية

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}=0 \quad \text{و} \quad \lim_{x\to0^+} \ln x=-\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} \ln x=+\infty$$

هان

- لنبين أن $\lim_{x\to+\infty} \ln x=+\infty$

ليكن $A>0$. نبحث عن عدد صحيح طبيعي N بحيث $\ln(2^n)>A$

$\ln(2^n)>A \Leftrightarrow n\ln 2>A \Leftrightarrow n>\frac{A}{\ln 2}$، نأخذ $N=E\left(\frac{A}{\ln 2}\right)$.

إذن $\forall A>0,\exists B\geq 2^N \ / \ x>B \Rightarrow x>2^N \Rightarrow \ln x>\ln(2^N)>A$

- ولدينا : $\lim_{x\to0^+} \ln x=-\lim_{x\to0^+} \ln\frac{1}{x}=-\lim_{x\to+\infty} \ln x=-\infty$. و منه $\lim_{x\to0^+} \ln x=-\infty$

- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=\ln x-\sqrt{x-1}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على $]1,+\infty[$ و لدينا: $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2\sqrt{x-1}}=\frac{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2}{2x\sqrt{x-1}}$

إذن f تناقصية قطعا على المجال $[1,+\infty[$، وبما أن $f(1)=0$ فإن $\forall x\geq 1, f(x)\leq 0$

و منه $\forall x\geq 1,\ln x\leq\sqrt{x-1}$.

و بما أن $\forall x\geq 1,\ln x\geq 0$ فإن $0\leq\frac{\ln x}{x}\leq\frac{\sqrt{x-1}}{x}$.

و حيث أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x-1}}{x}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}=0$ فإن $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}=0$.

)- جدول تغيرات الدالة ln

الدالة ln قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و لدينا : $\forall x>0,(\ln)'(x)=\frac{1}{x}>0$.

ن ln تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة ln

x	0		1		$+\infty$
$(\ln)'(x)$	‖	$+$		$+$	
$\ln x$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

)- الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة ln.

لدينا: $\lim_{x\to0^+} \ln x=-\infty$ إذن محور الأراتيب مقارب عمودي لمنحنى الدالة ln.

$\lim_{x\to+\infty} \ln x=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x}=0$ إذن منحنى ln يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.

)- العدد e

- الدالة ln متصلة و تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$.

ذن: $ln\left(]0,+\infty[\right)=\left]\lim\limits_{x\to 0^+} ln\,x,\lim\limits_{x\to+\infty} ln\,x\right[=]-\infty,+\infty[$.

ذن الدالة ln تقابل من $]0,+\infty[$ نحو $]-\infty,+\infty[$

- و بما أن $1\in]-\infty,+\infty[$ فإن المعادلة $ln\,x=1$ تقبل حلا و حيدا في المجال $]0,+\infty[$ يرمز له بالحرف e.

و لدينا : $ln\,e=1$ و $e\notin\mathbb{Q}$ و $e\approx 2.718$.

- $\forall x>0,\forall k\in\mathbb{Q},ln\left(e^k\right)=k$ و $\forall x>0,\forall k\in\mathbb{Q},ln\,x=k\Leftrightarrow x=e^k$.

$\forall x>0,\forall k\in\mathbb{Q},ln\,x\le k\Leftrightarrow x\le e^k$

)- منحنى الدالة ln

معادلة مماس منحنى الدالة ln في النقطة التي أفصولها 1 هي : $y=x-1$.

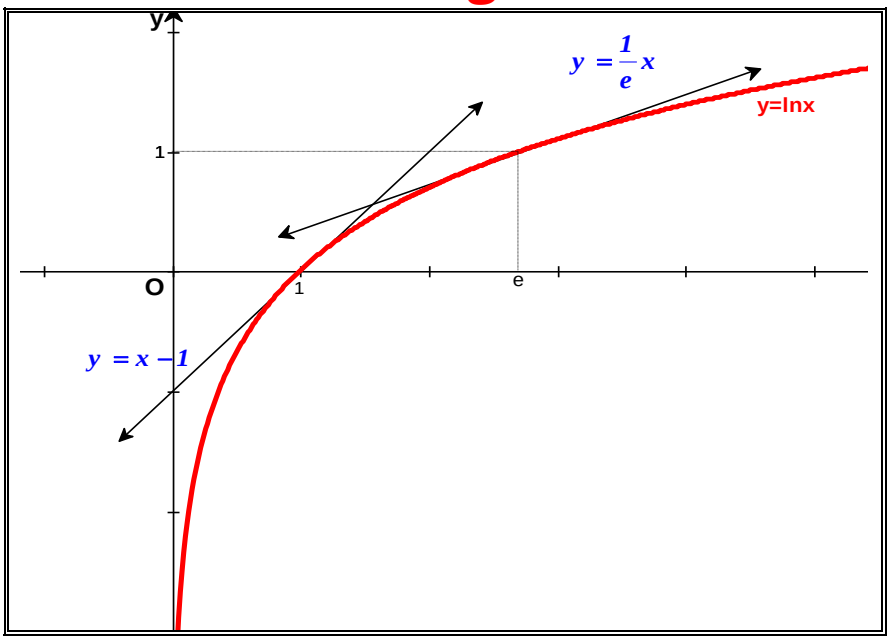
معادلة مماس منحنى الدالة ln في النقطة التي أفصولها e هي : $y=\frac{1}{e}x$.

تقعر منحنى الدالة ln

الة ln قابلة للاشتقاق مرتين على $]0,+\infty[$ و لدينا: $\forall x\in]0,+\infty[,ln''\,x=-\frac{1}{x^2}<0$

ن تقعر منحنى الدالة ln موجه نحو الأراتيب السالبة.

منحنى الدالة ln



تمرين01

أحسب النهايات التالية :

- $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{ln\left(x^2+3x\right)}{x-1}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ln\left(x+\sqrt{x}+1\right)-\sqrt{x}\right)$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ln\left(3x^2-2x+1\right)+x\right)$

- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $(ln\,x)^2-2\,ln\,x-8=0$.
- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $(ln\,x)^2+ln\,x-2>0$.

I)- نهايات هامة أخرى

اصية

- $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$
- $\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$
- $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$
- $\forall n\in\mathbb{N}^*, \lim_{x\to 0^+} x^n \ln x = 0$
- $\forall n\in\mathbb{N}^*, \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$.

هان

- $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = -\lim_{x\to 0^+} x\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = -\lim_{t\to+\infty} \frac{\ln t}{t}$.
- $\lim_{x\to 1} \frac{\ln x}{x-1} = \ln'(1) = 1$. و $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = \ln'(1) = 1$.
- $\forall n\in\mathbb{N}^*, \lim_{x\to 0^+} x^n \ln x = \frac{1}{n}\lim_{x\to 0^+}\left(x^n \ln x^n\right) = \frac{1}{n}\lim_{t\to 0^+} t\ln t = 0$.
- $\forall n\in\mathbb{N}^*, \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^n} = \frac{1}{n}\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\ln x^n}{x^n}\right) = \frac{1}{n}\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t} = 0$.

ثلة

أحسب النهايات التالية:

- $\lim_{x\to-\infty} x\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$
- $\lim_{x\to 0^+}\left(\frac{1}{x^2}+\ln x\right)$
- $\lim_{x\to 0^+} x(\ln x)^3$
- $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^3}{x}$.
- $\lim_{x\to+\infty}\left(x-(\ln x)^2\right)$
- $\lim_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$
- $\lim_{x\to 0^+} x^{\frac{2}{3}}\ln x$
- $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^{\frac{2}{3}}}{x}$.

لاحظة

- $\forall r\in\mathbb{Q}_+^*, \lim_{x\to 0^+} x^r \ln x = 0$
- $\forall r\in\mathbb{Q}_+^*, \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^r} = 0$.

مرين02

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي: $u_n = \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$.

1)- أ- أحسب u_1 و u_2 .

ب- أحسب $u_{n+1}-u_n$ و استنتج رتابة $(u_n)_{n\geq 1}$.

2)- نضع : $s_n = u_1+u_2+u_3+\dots+u_n$

أحسب s_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n\to+\infty} s_n$.

I)- المشتقة اللوغاريتمية لدالة. La dérivée logarithmique d'une fonction.

شاط

لتكن u دالة قابلة للاشتقاق على المجال I، و لا تنعدم على المجال I.

دينا: u قابلة للاشتقاق على المجال I ، إذن u دالة متصلة على I . و بما أن u لا تنعدم على I، فإن u تحتفظ بنفس الإشارة على المجال I .

نضع : $f(x)=ln(|u(x)|)$.

- إذا كانت u موجبة قطعا على المجال I فإن:

لدينا: $\forall x\in I, f(x)=ln\circ u(x)$. و بما أن u قابلة للاشتقاق على I و $u(I)\subset]0,+\infty[$،

و ln قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و لدينا: $\forall x\in I, f'(x)=ln'(u(x))\times u'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$

- إذا كانت u سالبة قطعا على المجال I فإن:

دينا: $\forall x\in I, f(x)=ln\circ(-u(x))$. و بما أن u قابلة للاشتقاق على I و $-u(I)\subset]0,+\infty[$

و ln قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و لدينا: $\forall x\in I, f'(x)=-ln'(-u(x))\times u'(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$

اصية

إذا كانت u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I، و لا تنعدم على المجال I، فإن الدالة $x\mapsto ln(|u(x)|)$ قابلة للاشتقاق على I و دالتها المشتقة على I هي الدالة: $x\mapsto\frac{u'(x)}{u(x)}$.

ثلة

حدد $f'(x)$ لكل x من المجال I في الحالات التالية:

1)- $f(x)=ln(x^2+x+1)$ و $I=]-\infty,+\infty[$.

2)- $f(x)=ln|1-ln\,x|$ و $I=]e,+\infty[$.

ريف

لتكن u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I، و لا تنعدم على المجال I.

لدالة: $x\mapsto\frac{u'(x)}{u(x)}$ تسمى المشتقة اللوغاريتمية للدالة u على المجال I.

زمة

لتكن u دالة قابلة للاشتقاق على مجال I، و لا تنعدم على المجال I .

لدوال الأصلية للدالة: $x\mapsto\frac{u'(x)}{u(x)}$ على المجال I هي الدوال: $x\mapsto ln(|u(x)|)+c$ حيث $(c\in\mathbb{R})$

ثلة

- الدوال الأصلية للدالة $x\mapsto\frac{1}{2x+1}$ على المجال $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right[$ هي الدوال: $x\mapsto\frac{1}{2}ln|2x+1|+c$، $(c\in\mathbb{R})$
- الدوال الأصلية للدالة $x\mapsto tan\,x$ على المجال $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ هي الدوال $x\mapsto -ln|cos\,x|+c$، $(c\in\mathbb{R})$.

تمرين03

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]2,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=\frac{x^2}{4-x}$.

1)- حدد الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث: $\forall x\in]2,+\infty[, f(x)=a+\frac{b}{2-x}+\frac{c}{2+x}$

2)- استنتج الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]2,+\infty[$.

تمرين04

حدد الدوال الأصلية للدالة f على المجال I في الحالات التالية:

1)- $f(x)=\frac{x^3}{x^4+1}$ و $I=]-\infty,+\infty[$.

2)- $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ و $I=]0,1[$

مرين05

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي: $f_n(x)=nx+2\ln x$ ،حيث $n\geq 3$

1)- ادرس تغيرات الدالة f_n

2)- بين أن: $\forall x\in\mathbb{R}_+^*, \sqrt{x}>\ln x$.

3)-أ- بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}_+^*$.

ب- بين أن $\frac{1}{n}<\alpha_n<\frac{1}{\sqrt{n}}$ و استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n$.

نمرين05

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\ln(\ln x)$.

1)-أثبت أن حيز تعريف الدالة f هو $D_f=]1,+\infty[$.

2)-أحسب $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة f .

3)-أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f .

4)-أنشئ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم

تمرين05:الاستدراكية 2010

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I=[0,1]$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{1-\ln(1-x)} & ; \quad 0\le x<1 \\ f(1)=0 \end{cases}$$

و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن الدالة f متصلة على اليسار في 1

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في 1

3) أدرس تغيرات الدالة f على المجال I ثم أعط جدول تغيراتها.

4) أ- بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\dfrac{e-1}{e}$

ب- أنشئ المنحنى (C) مبرزا نصف مماسه في النقطة التي أفصولها 0 .

5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال I يحقق: $f(\alpha)=\alpha$

6) أ- بين أن الدالة f تقابل من المجال I نحو I .

ب- حدد $f^{-1}(x)$ لكل عنصر x من المجال I .

)- دالة اللوغاريتم للأساس a حيث($a>0$ و $a\neq 1$): Fonction logarithme de base a

)-تعريف

ليكن a عددا حقيقيا موجبا قطعا و مخالفا للعدد 1

دالة اللوغاريتم للأساس a هي الدالة العددية التي يرمز لها بالرمز Log_a و المعرفة على $]0,+\infty[$

بما يلي: $Log_a(x)=\dfrac{\ln x}{\ln a}$

)-نتائج

$Log_a(1)=0$ $\qquad$ $Log_a(a)=1$ $\qquad$ $Log_a(e)=\dfrac{1}{\ln a}$

$\forall x>0, Log_e(x)=\dfrac{\ln x}{\ln e}=\ln x$ ومنه $\ln = Log_e$.

اصية

لكل x و y من المجال $]0,+\infty[$ ، و لكل r من $\mathbb{Q}$ ، لدينا:

1)- $Log_a(xy)=Log_a(x)+Log_a(y)$ $\qquad$ 2)- $Log_a\left(\dfrac{1}{x}\right)=-Log_a x$

3)- $Log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)=Log_a(x)-Log_a(y)$ $\qquad$ 4)- $Log_a(x^r)=rLog_a x$

أمثلة

بسط ما يلي:

$A=Log_2\left(\dfrac{1}{5}\right)+Log_2(10)$ $\qquad$ $B=Log_{\frac{1}{3}}\left(\sqrt[5]{3}\right)$

)- دراسة دالة اللوغاريتم للأساس a

الدالة Log_a قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و لدينا : $\forall x>0, (Log_a)'(x)=\left(\dfrac{\ln x}{\ln a}\right)'=\dfrac{1}{x\ln a}$

منه نستنتج الجدولين التاليين :

حالة $a>1$

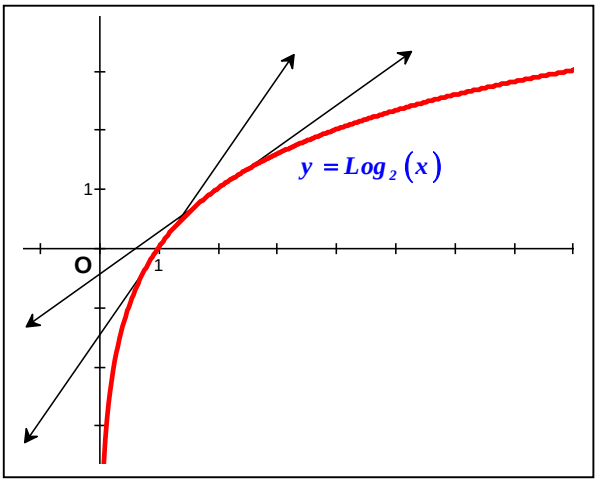
x	0		1		a		$+\infty$
$(Log_a)'(x)$	‖	$+$		$+$		$+$	
$Log_a(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	1	↗	$+\infty$

حالة $0<a<1$

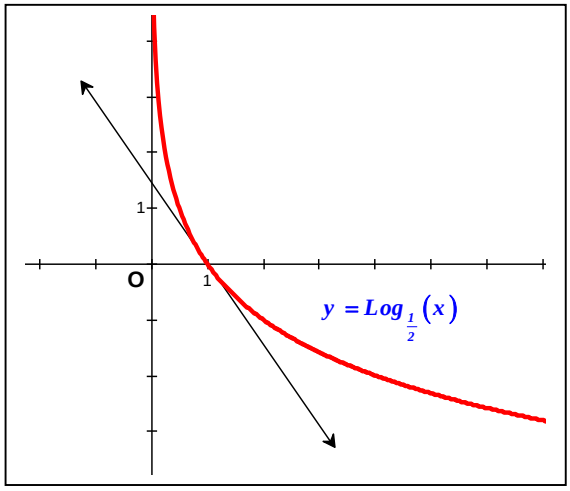
x	0		a		1		$+\infty$
$(Log_a)'(x)$	‖	$+$		$+$		$+$	
$Log_a(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↘	0	↘	$-\infty$

)- إنشاء منحنى الدالة Log_a

حالة $a>1$



حالة $0<a<1$



٧)- دالة اللوغاريتم العشري Fonction logarithme décimal

ريف

دالة اللوغاريتم العشري هي دالة اللوغاريتم للأساس 10 و يرمز لها بالرمز log عوض Log_{10}

و لدينا: $\forall x \in]0,+\infty[, log(x) = \frac{\ln x}{\ln 10}$.

ائج

$log(1)=0$ $\quad$ $log(10)=1$ $\quad$ $\forall r \in \mathbb{Q}, log(10^r)=r$

لدينا: $log\, x = M \ln x$ حيث $M \approx 0.43294481...$

ثال

بسط : $A = log(250000) + log\sqrt{250} + -log(125)$.

مرين07

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+\ln x}{x-\ln x}, x>0\\ f(0)=-1\end{cases}$.

1)-أ- بين أن $D_f=[0,+\infty[$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا.

ب- بين أن الدالة f متصلة في الصفر على اليمين.

2)- أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في الصفر على اليمين ثم أول النتيجة هندسيا.

ب- بين أن : $\forall x\in]0,+\infty[, f'(x)=\dfrac{2(1-\ln x)}{(x-\ln x)^2}$.

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f.

4)- أ- بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها ينتمي إلى المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$.

ب- أرسم (C_f) في معلم متعامد ممنظم.(نأخذ $e\approx 2.7$, $\ln 2\approx 0.7$).