| معهد بليز باسكال الرباط | مادة الرياضيات | الموسم الدراسي: 2012/2011<br>القسم : 1 باك علوم رياضية |
|---|---|---|
| INSTITUT BLAISE PASCAL | | |
| الاستاذ: الخير | فرض محروس رقم:3 | مدة الإنجاز: 2h | 1/2 |

**التمرين الأول:** لتكن A و B نقطتين من المستوى بحيث $AB = 6$ و k عدد حقيقي موجب. الهدف هو تحديد المجموعة $(E_k)$ من النقط M من P بحيث $\frac{MA}{MB} = k$.

1- بين أن: $M \in (E_k) \iff MA^2 - k^2 MB^2 = 0$ — 0,75

وحدد $(E_0)$ و $(E_1)$.

2- نريد تحديد $(E_2)$ بطريقتين مختلفتين حيث: $(E_2) = \{M \in P : \frac{MA}{MB} = 2\}$:

أ- علل وجود G مرجح النقطتين المتزنتين $(A;1)$ و $(B;-4)$ وانشئ G. — 1,5

ثم احسب GA و GB.

ب- بين أن: $\forall M \in P : MA^2 - 4MB^2 = -3MG^2 + 48$ — 0,75

ج- استنتج $(E_2)$ ثم انشئه. — 1

3- ليكن O منتصف [AB] ونعتبر المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بحيث $\vec{i}$ و $\overrightarrow{AB}$ مستقيميتين ولهما نفس المنحى.

أ- حدد احداثيات النقطتين A و B. — 0,5

ب- نعتبر $M(x,y)$ نقطة من P. بين أن: $MA^2 - 4MB^2 = -3x^2 - 3y^2 + 30x - 27$. — 1

ج- استنتج معادلة المجموعة $(E_2)$ وحدد طبيعتها وعناصرها المميزة. — 1

4- نريد تحديد المجموعة $(E_k)$ بصفة عامة بطريقة ثالثة حيث $k \neq 1$

أ- علل وجود المرجحين $H_1$ و $H_2$ للنظمتين $\{(A,1);(B,k)\}$ و $\{(A,1),(B,-k)\}$ على التوالي. — 0,5

ب- بين أن: $MA^2 - k^2 MB^2 = (1-k^2)\overrightarrow{MH_1} \cdot \overrightarrow{MH_2}$ — 1

ج- استنتج طبيعة $(E_k)$ — 0,5

التمرين الثاني: نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n - 2}{u_n + 1} \end{cases}$ , $n \in \mathbb{N}$

0,5 — 1- احسب $u_1$ و $u_2$.

0,5 — 2- أ- تحقق أن: $\forall n \in \mathbb{N}: u_{n+1} = 4 - \dfrac{6}{u_n + 1}$

0,75 — ب- بين بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N}: u_n > 2$

0,5 — ج- بين أن المتتالية $(u_n)$ تناقصية.

3- نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة بما يلي: $\forall n \in \mathbb{N}: v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n - 1}$

1 — أ- بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول $v_0$.

1 — ب- حدد $v_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$.

0,5 — 4- أ- بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}: u_{n+1} - 2 = 2 \cdot \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$

0,75 — ب- بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}: u_{n+1} - 2 < \dfrac{2}{3}(u_n - 2)$

0,75 — ج- استنتج أن: $\forall n \in \mathbb{N}: 0 < u_n - 2 < 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

---

التمرين الثالث: نعتبر $ABC$ مثلثا و $k \in \mathbb{R}$ بحيث $-1 \leq k \leq 1$

وليكن $G_k$ مرجح الجملة المتزنة: $\{(A, k^2+1), (B, k), (C, -k)\}$

0,25 — 1- تحقق من وجود $G_k$ لكل $k$ من المجال $[-1;1]$

0,75 — 2- انشئ المثلث $ABC$ ثم $G_1$ و $G_{-1}$.

0,5 — 3- بين أن: $\forall k \in [-1;1]: \overrightarrow{AG_k} = \dfrac{-k}{k^2+1}\overrightarrow{BC}$

1 — 4- ادرس تغيرات الدالة $f$ حيث: $f(x) = \dfrac{-x}{x^2+1}$ على المجال $[-1;1]$

0,75 — 5- استنتج مجموعة النقط $G_k$ عندما يتغير $k$ على المجال $[-1;1]$

« Sans un peu de travail, on n'a point de plaisir »

حظ سعيد!