تمرين 1

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي: $u_0=\frac{2}{3}$ و $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{2u_n+3}$

1) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}:\ 0\le u_n\prec 1$.

2) ادرس رتابة المتتالية (u_n) و استنتج انها متقاربة.

3) نضع : $\forall n\in\mathbb{N}: v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أسا سها $q=\frac{1}{5}$ وأحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

ب- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين2

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي:

$$f(x)=x\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)$$

وليكن (C) منحناها في م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق أن الدالة f معرفة على المجموعة $D=\mathbb{R}$.

2) أ- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\frac{3}{2}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

ب- حدد الفرعين اللانهائين للمنحنى (C).

3) أ- بين أن: $(\forall x\in\mathbb{R})\ f'(x)=\frac{\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)^2}{\sqrt{x^2+3}}$.

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على D .

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0.

5) أ- بين أن: $(\forall x\in[0;1])\ f(x)\ge x$ و أن $f(x)\le x$ $(\forall x\in]-\infty;0]\cup[1;+\infty[)$.

ب- اعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما.

6) أنشئ المنحنى (C) و المستقيم $y=x$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

7) لتكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty;1]$.

أ- أحسب $g(-1)$.

ب- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.

ج- بين ان الدالة g^{-1} قابلة للاشتقاق في النقطة -3 ثم أحسب $(g^{-1})'(-3)$.

8) نضع: $(\forall x\in\mathbb{R})\ h(x)=x^2-1+\frac{\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)^2}{\sqrt{x^2+3}}$.

أ- حدد الدالة الأصلية H للدالة h على المجال $\mathbb{R}$ و التي تحقق $H(-1)=4$.

9) نعتبر المتتالية العددية (w_n) المعرفة بمايلي: $w_0=\frac{1}{3}$ و $(\forall n\in\mathbb{N})\ w_{n+1}=f(w_n)$.

أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}):0\le w_n\le 1$.

ب- بين أن (w_n) متتالية تزايدية (يمكنك استعمال السؤال 5).

ج- استنتج أن (w_n) متقاربة و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.