الأولمبياد الوطنية في الرياضيات 2024

الفرض الأول باللغتين العربية والأنجليزية

المستوى الدراسي : السنة أولى بكالوريا **الشعبة : علوم رياضية**

تاريخ التمرير : الجمعة 2 دجنبر 2022 **مدة الإنجاز : ثلاث ساعات**

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

Problem 1 : Find all real numbers a, b and c such that : $$\begin{cases} (a+1)bc &= 12 \\ (b+1)ca &= 4 \\ (c+1)ab &= 4 \end{cases}$$	**المسألة** 1 : أوجد جميع الأعداد الحقيقية a و b و c حيث : $$\begin{cases} (a+1)bc &= 12 \\ (b+1)ca &= 4 \\ (c+1)ab &= 4 \end{cases}$$
Problem 2 : The points of the plane are colored in three colors. Show that there are two points on the plane of the same color such that the distance between them is equal to 1.	**المسألة** 2 : تم تلوين نقاط المستوى بثلاثة ألوان. بيّن أنه توجد نقطتين من المستوى من نفس اللون بحيث تكون المسافة بينهما تساوي 1.
Problem 3 : Let ABC be a triangle and O the center of its circumcircle. Consider the circle $(\mathcal{C})$ passing through the points B, C and O. The lines (AB) and (AC) intersect the circle $(\mathcal{C})$ in D and E respectively. Let F be the point of the circle $(\mathcal{C})$ diametrically opposite to point O. Show that the quadrilateral $ADFE$ is a parallelogram.	**المسألة** 3 : ليكن ABC مثلثاً و O مركز دائرته المحيطة. نعتبر الدائرة $(\mathcal{C})$ المارة من النقط B و C و O. المستقيمان (AB) و (AC) يقطعان مرة ثانية الدائرة $(\mathcal{C})$ في D و E على التوالي. لتكن F النقطة من الدائرة $(\mathcal{C})$ المتقابلة قطرياً مع النقطة O. بيّن أن الرباعي $ADFE$ متوازي أضلاع.
Problem 4 : Let m and n be two prime numbers such that $m+n^2$ is a perfect square. Show that the number m^2+n^{2022} is not a perfect square.	**المسألة** 4 : ليكن m و n عددين أوليين بحيث يكون $m+n^2$ مربعاً كاملاً. بيّن أن العدد m^2+n^{2022} ليس مربعاً كاملاً.