بسم الله الرحمان الرحيم

مؤسسة بلوش أزرو — 2013/2014

2باك ع.ح.أ

إعداد وإنجاز: أضرضور مصطفى

دراسة الدوال اللوغاريتمية

أدرس و مثـــل الدوال التاليــــــة :

$f(x)=x+\ln(x)$; $f(x)=x-\ln(x)$; $f(x)=-x-2\ln(x)$; $f(x)=x+1+\ln(x)$; $f(x)=\frac{1}{2}+\ln(x)$

$f(x)=x\ln\left(\sqrt[3]{x}\right)$; $f(x)=\sqrt{x\ln(x)}$; $f(x)=\frac{\ln^2(x)}{x}$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{x-\ln(x)}{x+\ln(x)}$; $f(x)=x-\ln\left(x^2+x-1\right)$

$f(x)=x.\ln(x-1)$; $f(x)=x\ln(x)$; $f(x)=\frac{\ln(x)}{(x+2)}$; $f(x)=\sqrt[3]{\ln(x)}$; $f(x)=4x^3-\ln\left(x^6+2x-1\right)$

$f(x)=x\ln(x+1)+1$; $f(x)=\ln\left(x^2-3x+2\right)$; $f(x)=\ln\left(1-x^2\right)$; $f(x)=\ln\left(\sqrt{2+\sqrt{x}}\right)$

$f(x)=\ln\left(x^2-3x+2\right)$; $f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$; $f(x)=\ln|x+4|$; $f(x)=x\ln(x+1)$; $f(x)=\sqrt[3]{x}+\ln(2x)$

$f(x)=\ln^3(x)+1$; $f(x)=\frac{x}{\ln(x)}$; $f(x)=\sqrt[3]{x}-\frac{1}{3}\ln(1-x)$; $f(x)=\ln(x)+4x$; $f(x)=5x-\ln(-2x)$

$f(x)=\frac{1+\ln(x)}{x}$; $f(x)=\ln(2x)+x-2$; $f(x)=x\ln(x+1)$; $f(x)=\sqrt[3]{x}\,(x-\ln(x))$; $f(x)=x\ln(x)-x$

$f(x)=\ln(-2x)-\frac{1}{x}$; $f(x)=\frac{\sqrt{x+\ln(x)}}{x^2}$; $f(x)=2\sqrt{x}-2-\ln(x)$; $f(x)=\frac{1+\ln(x)}{x(\ln(x))^2}$; $f(x)=\frac{\ln\left(x^2\right)}{x}$

$f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x^2}$; $f(x)=x^2-1+\frac{2}{x+\ln(x)}$; $f(x)=\ln\left(\sqrt{-2x}\right)+x$; $f(x)=x-\frac{1}{x}-\frac{1}{\ln(x)}$

بعض النهايات الاعتيادية

$\lim_{x\to0^+}\ln(x)=-\infty$; $\lim_{x\to0^+}x\ln(x)=0^-$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x}=0$; $\lim_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$

$\lim_{x\to1}\frac{\ln(x)}{x-1}=1$; $\lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x}=0$

خاصيات

$\forall a,b\in\left]0,+\infty\right[:\ \ln(a.b)=\ln(a)+\ln(b)$

$\forall a,b\in\left]0,+\infty\right[:\ \ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln(a)-\ln(b)$

$\forall a\in\left]0,+\infty\right[:\ \ln\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln(a)$

$\forall a,b\in\left]0,+\infty\right[:\ \ln\left(a^r\right)=r\ln(a)$

إشتقاق الدالة ln(x)

$\ln'(x)=\frac{1}{x}$

$\ln'(u(x))=\frac{u'(x)}{u(x)}$

ملاحظة

$\ln(1)=0$ و $\ln(e)=1$

$\log_a(x)=\frac{\ln(x)}{\ln(a)}$

بسم الله الرحمان الرحيم

التمرين الأول :

1- بسط مايلي :

$$A=\ln(e^2)+\ln(e^4)-\ln\left(\frac{1}{e}\right)+\ln\left(\sqrt{e}\right)$$

$$B=2\ln(e^4)+\ln(e\sqrt{e})-\frac{1}{3}\ln(e^9)$$

$$C=\ln(3)-\ln(5)+\ln(30)-\ln(15)$$

$$D=\ln(8)+\ln(\sqrt[3]{e})-\ln(16)$$

$$E=\ln(\sqrt{3})-\ln(9)+\ln(6)$$

$$F=\ln(\sqrt[4]{e})+2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e}}\right)-\ln\left(\frac{e}{2}\right)$$

$$G=\ln\left(\left(\sqrt{3}+1\right)^{2010}\right)+\ln\left(\left(\sqrt{3}-1\right)^{2010}\right)$$

2- إذا علمت أن : $\ln(3)=1,1$ و $\ln(2)=0.7$

فأحسب مايلي :

$$\ln\left(\frac{2}{12}\right)\ ;\ \ln(72)\ ;\ \ln\left(3\sqrt{2}\right)\ ;\ \ln\left(\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}\right)$$

التمرين الثاني :

1- حدد مجموعة تعريف مايلي :

$$f(x)=x\ln(x+1)+1\ ;\ f(x)=\ln\left(x^2-3x+2\right)$$

$$f(x)=\ln(x+1)+\frac{1}{x}\ ;\ f(x)=\ln(x-1)+\frac{1}{x}$$

$$f(x)=\ln\left(1-x^2\right)\ ;\ f(x)=\ln\left(\sqrt{2+\sqrt{x}}\right)$$

$$f(x)=\ln\left(x^2-3x+2\right)\ ;\ f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$f(x)=x\ln(x+1)+1\ ;\ f(x)=\ln|x+4|$$

$$f(x)=\frac{\ln(x)}{(x+2)}\ ;\ f(x)=\frac{x}{\ln(x)}$$

2- حدد مشتقة الدوال التالية :

$$f(x)=\ln(2x+1)\ ;\ f(x)=-2x^4-\ln(x)$$

$$f(x)=\frac{x}{\ln(x)}\ ;\ f(x)=\sqrt[3]{x}-\frac{1}{3}\ln(1-x)$$

$$f(x)=x.\ln(x-1)\ ;\ f(x)=x\ln(x)\ ;\ f(x)=\frac{\ln(x)}{(x+2)}$$

$$f(x)=\sqrt[3]{\ln(x)}\ ;\ f(x)=4x^3-\ln\left(x^6+2x-1\right)$$

التمرين الثالث :

1- أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x\to+\infty}x\ln\left(\sqrt[3]{x}\right)\ ;\ \lim_{x\to0^+}\sqrt{x\ln(x)}\ ;\ \lim_{x\to0^+}\frac{\ln^2(x)}{x}$$

$$\lim_{x\to-\infty}x-\ln\left(x^2+x-1\right)\ ;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{x-\ln(x)}{x+\ln(x)}$$

$$\lim_{x\to+\infty}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\ ;\ \lim_{x\to-\infty}\frac{\ln\left(x^2+1\right)}{x^3+4}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}-\left(\ln(x)\right)^2\ ;\ \lim_{x\to1^+}\frac{x}{x-1}+\ln\left(\sqrt{x-1}\right)$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(x^2-x+1\right)}{x}\ ;\ \lim_{x\to0^+}\frac{\ln\left(1+\sqrt{x}\right)}{x\ln(x)}$$

التمرين الرابع :

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$\ln(2x+1)=\ln(4x+2)\ ;\ \ln(x)=\ln(2x+1)$$

$$\ln\left(x^2-x\right)-\ln(3+x)=0\ ;\ \ln\left(x^2-1\right)=\ln(2x)$$

$$\ln^2(x)-2\ln(x)+1=0\ ;\ \ln(x)=1\ ;\ \ln(x)=0$$

$$\ln(x)=\frac{1}{2}\ ;\ \ln(3+x)=1\ ;\ \ln(x-5)=3$$

$$2\ln(x+3)=2\ln(x)\ ;\ -\ln^2(x)+2\ln(x)-1=0$$

$$\ln(x)+\ln(x+3)-2\ln(2)=0\ ;\ \ln\left(\frac{1}{x}\right)=2$$

2- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

$$\ln(x+2)\le\ln(5x)\ ;\ \ln(x)\succ0\ ;\ \ln(3x-1)\le1$$

$$2\ln(x)\prec-\ln\left(\frac{1}{5}\right)\ ;\ \ln(2x-6)-\ln(4+x)\le0$$

التمرين الخامس :

1- بين أن :

$$\forall x\in\left]0,+\infty\right[\ :\ \ln(1+x)=\ln(x)+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$$

$$\forall x\in\left]2,+\infty\right[\ :\ \ln\left(x-2\sqrt{x-1}\right)=2\ln\left(\sqrt{x-1}-1\right)$$