الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي ذ.سمير الرحموني	الفرض المحروس 2 الأسدس الثاني مدة الإنجاز: 4 ساعات	الثانية علوم رياضية السنة الدراسية 2013-2014

التمرين1

الجزء الأول : نعتبر الدالة f المعرفة على $[-1;+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\sqrt{1+x}\,e^{-x}$ 4.5 ن

وليكن (C_f) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة 0.5
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 1- ، ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة 0.5
3. ادرس منحى تغيرات الدالة f،ثم ضع جدول تغيراتها 0.75
4. أ- حدد معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأفصول 0 0.25

   ب- أنشئ المنحنى (C_f) نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$ 0.5
5. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_n=\int_n^{n+1} f(t)dt$

   أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad f(n+1)\le u_n\le f(n)$ 0.5

   ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية 0.5

   ت- بين أن المتتالية (u_n)متقاربة محددا نهايتها 0.5

   ج- بين أن : 0.5

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \sum_{k=1}^{n} f(k)\le\int_0^n f(t)dt\le\sum_{k=0}^{n-1} f(k)$$

الجزء الثاني: 2.5 ن

نعتبر الدالة F المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي : $F(x)=\int_0^x f(t)dt$

1. ادرس منحى تغيرات الدالة F 0.5
2. أ- بين أن $(\forall t\in[0;+\infty[)\ \sqrt{1+t}\le\frac{t+3}{2\sqrt{2}}$ 0.25

   ب- استنتج أن : $(\forall x\in[0;+\infty[)\ F(x)\le\frac{1}{2\sqrt{2}}\int_0^x (t+3)e^{-t}dt$ 0.25

   ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء ،أحسب $\int_0^x (t+3)e^{-t}dt$ بدلالة x 0.5

   د- بين أن $(\forall x\in[0;+\infty[)\ F(x)\le\sqrt{2}$ 0.25
3. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N})\ v_n=\int_0^n f(t)dt$

   بين أن (v_n) تزايدية ثم استنتج أنها متقاربة وحدد تأطيرا لنهايتها . 0.75

   ماهو التأويل الهندسي لهذه النتيجة؟

الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي ذ.سمير الرحموني	الفرض المحروس 2 الأسدس الثاني مدة الإنجاز: 4 ساعات	الثانية علوم رياضية السنة الدراسية 2013-2014

الجزء الثالث: 4.25ن

نعتبر الدالة G المعرفة بما يلي : $\begin{cases} G(x)=\int_x^{4x}\frac{f(t)}{\sqrt{t^2+t}}dt \quad ; x\succ 0 \\ G(0)=0 \end{cases}$

1. أ- بين أن الدالة G معرفة على المجال $[0;+\infty[$ 0.25

ب- تحقق من أن : $\forall x\succ 0 \quad G(x)=\int_x^{4x}\frac{e^{-t}}{\sqrt{t}}dt$ 0.25

ح- بين أن : $\forall x\succ 0 \quad \frac{3}{2}\sqrt{x}e^{-4x}\le G(x)\le 3\sqrt{x}e^{-x}$ 0.5

د- ادرس اتصال الدالة G على اليمين في 0 0.25

ه- ادرس قابلية اشتقاق الدالة G على اليمين في 0 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة 0.5

2. أ- بين أن $\lim_{x\to+\infty}G(x)=0$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة 0.75

3. أ- بين أن الدالة G قابلة للإشتقاق على المجال $]0;+\infty[$

ب- بين أن : $\forall x\succ 0 \quad G'(x)=\frac{e^{-4x}}{\sqrt{x}}(2-e^{3x})$ 0.75

خ- ادرس منحى تغيرات الدالة G 0.5

4. أنشئ منحنى الدالة G 0.5

التمرين2 5.5 ن

نذكر أن $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ حلقة واحدية وحدتها المصفوفة $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

وأن $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$ فضاء متجهي حقيقي .

ولتكن المصفوفة $A=\begin{pmatrix}1&p\\0&1\end{pmatrix}$ حيث p عدد حقيقي ثابت غير منعدم.

1. أ- أوجد مصفوفة N من $M_2(\mathbb{R})$ تحقق: $A=I+pN$ و $N^2=0$

ب- تحقق أن $A^2=2A-I$ واستنتج أن A تقبل مقلوبا A^{-1} 0.5

ج- أحسب A^n بدلالة n و A لكل n من $\mathbb{N}$. 0.5

د- نضع $\forall n\in\mathbb{N} \quad S_n=\sum_{k=0}^{n}A^k$ 0.5

أحسب S_n بدلالة n و A لكل n من $\mathbb{N}$.

2. نعتبر المجموعة $E=\left\{M(a,b)=\begin{pmatrix}a+b&pb\\0&a+b\end{pmatrix}/(a,b)\in\mathbb{R}^2\right\}$ 0.5

أ- تحقق أن $E=\{M(a,b)=aI+bA\ /\ (a,b)\in\mathbb{R}^2\}$ 0.25

ب- بين أن $(E,+,.)$ فضاء متجهي حقيقي بعده 2

3. أ- بين أن E جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$ 0.5

ب- بين أن $(E,+,\times)$ حلقة واحدية تبادلية غير كاملة. 0.5

4. أ- بين أن كل مصفوفة $M(a,b)$ بحيث $a+b\neq 0$ تقبل مقلوبا في الحلقة $(E,+,\times)$ وأحسب $M^{-1}(a;b)$ بدلالة I و A 0.75 0.5

5. نعتبر المجموعة $K=\{M(a,b)\in E\ /\ (a,b)\in\mathbb{R}^2, a+b\neq 0\}$

أ- بين أن K جزء مستقر من $(E,\times)$ 0.5

ب- استنتج أن $(K,+,\times)$ جسم تبادلي

ت - حل في K المعادلتين $X^2=I$ و $X^3=I$ 0.25

6. نعتبر التطبيق f المعرف بما يلي : $\begin{array}{rcl} f: K & \to & \mathbb{R}^* \\ M(a,b) & \mapsto & a+b \end{array}$

بين أن f تشاكل شمولي من $(K,\times)$ نحو $(\mathbb{R}^*,\times)$ 0.25

التمرين3 3.5 ن

ليكن $a\in\mathbb{C}^*$ حيث $|a|=r, \arg(a)\equiv\theta[2\pi]$ و $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (تذكر أن $j^3=1$)

نضع $z_1=aj\ ,\ z_2=ai$ و $w=\frac{z_1+z_2}{z_1z_2}$

1. أ- اكتب z_1 و z_2 و j^2-i على الشكل الأسي 0.75

ب - بين أن $w=\frac{j^2-i}{a}$ ثم استنتج الشكل الأسي للعدد w 0.5

2. أ- حدد المجموعة $E=\{\theta\in\mathbb{R}\ /\ w\in\mathbb{R}_+^*\}$

ب- حدد المجموعة $F=\{\theta\in\mathbb{R}\ /\ w\in i\mathbb{R}\}$ 05.

3. نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): z^3-ajz^2+a^2z-a^3j=0$ 0.5

أ- تحقق أن العدد $-ai$ حل للمعادلة (E)

ب- حل المعادلة (E) 0.25

ج – بين أن صور حلول المعادلة (E)، في المستوى العقدي، تنتمي إلى دائرة يتم تحديد مركزها وشعاعها. 0.5 0.5