التنقيط

التمرين الأول: (6,75ن) . في المستوى العقدي (P) المنسوب الى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$, نعتبر النقطتين A و B و E التي أ لحاقها على التوالي 1 و 1- و $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1) أ- حدد الجذور المكعبة للعددين j و $\overline{j}$.

ب- بين أن لكل z من $\setminus\{j\}$ ولكل θ من لدينا: $(\frac{j+z}{j-z}=e^{i\theta}) \Leftrightarrow (z=ij\tan(\frac{\theta}{2}))$.

ج- استنتج حلول المعادلة $(E'): (j+z)^6+(j^2-z^2)^3+(j-z)^6=0$.

2) ليكن F التطبيق المعرف من $(P)\setminus\{B\}$ نحو (P) والذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ حيث: $z'=\frac{-2z}{z+1}$.

أ- أ كتب j و e' لحق النقطة $F(E)=E'$ على الشكل الآسي .

ب- تحقق أن لكل z من $\setminus\{-1\}$ لدينا: $z'+1=\frac{1-z}{1+z}$.

ج- بين أن لكل M مخالف للنقطة B لدينا : $BM'=\frac{AM}{BM}$.

د- أستنتج انه اذا كانت M تتغير على المحور التخيلي فان M' تتغير على دائرة (C) يجب تحديدها.

3)أ- بين انه اذا كانت النقطة M' تنتمي الى المستقيم (Δ) الذي معادلته : $x=-1$ فان $\frac{1-z}{1+z}$ هو عدد تخيلي صرف.

ب- استنتج انه اذا كانت M' تتغير على (Δ) فان M تتغير على دائرة (Γ) يجب تحديدها.

التمرين الثاني : نرمز بالرمز (D) لنظمة العد ذي الاساس اثنى عشر.ونضع كما هو متعارف $\alpha=10$ و $\beta=11$

1) أ- العدد $N_1=\overline{\beta 1\alpha}^{12}$ مكتوب في النظمة (D) ,أكتبه في نظمة العد العشري.

ب- اكتب العدد $N_2=1131$ في النظمة (D).

ج- استنتج أن : $N_1+N_2=\overline{1701}^{12}$.

2) نعتبر في النظمة (D) العدد : $N=\overline{a_n a_{n-1}.....a_1 a_0}$.

أ- بين أن : $N\equiv a_0[3]$,ثم استنتج مصداقا لقابلية القسمة على3 لعدد مكتوب في النظمة (D).

ب- مستعملا كتابة العدد N_2 في النظمة (D) بين انه قابل للقسمة على 3 .تأكد من ذلك في نظمة العد العشري.

ج- بين أن : $N \equiv a_0 + a_1 + ... + a_n [11]$. ثم استنتج مصداقا لقابلية القسمة على 11 لعدد مكتوب في النظمة(D).

د- مستعملا كتابته في النظمة(D) ,تحقق من قابلية قسمة العدد N_1 على 11.

3) حدد قيمتي الرقمين x و y لكي يكون العدد $N = \overline{x4Y}^{12}$ قابلا للقسمة على 33.

التمرين الثالث : في المجموعة ^{2} ,نعتبر المعادلة: $(E): 8x - 5y = 3$ و (S) مجموعة تعريفها.

1) بين ان $S \neq \{\ \}$,ثم حل المعادلة (E),

2) ليكن m من بحيث يوجد زوج $(p;q)$ من ^{2} يحقق: $m = 8p + 1$ و $m = 5q + 1$.

أ- بين أن : $(p;q) \in (S)$.

ب- استنتج ان : $m \equiv 9[40]$.

ج- حدد أصغر قيم m الأكبر من 2000 .

3) أ- بين أن : $\forall k \in \quad : 2^{3k} \equiv 1[7]$.

ب- حدد باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^{2014} على 7 .

ج- تحقق أن 97 عدد أولي ,ثم بين أن : $2^{96} \equiv 1[679]$.

التمرين الرابع : I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على بمايلي : $g(x) = 1 + x - e^{-x}$.

1) تحقق أن g تزايدية قطعا على .

2) أحسب النهايتين: $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

3) استنتج أن $x_0 = 0$ هو الحل الوحيد للمعادلة $g(x) = 0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة كمايلي : $f(x) = \dfrac{1}{1 + x - e^{-x}}$.ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) تحقق ان مجوعة تعريف الدالة f هي $D = \quad ^*$.

2) أحسب نهايات الدالة f عند محدات D.

3) بين أن : $\forall x \in \quad ^* : f'(x) = -\dfrac{1 + e^{-x}}{(1 + x - e^{-x})^2}$.ثم ضع جدول التغيرات.

4) أنشئ المنحنى (C).

5) ننسب الفضاء الى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.ونعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي: $h(x) = \dfrac{\sqrt{1 + e^{-x}}}{g(x)}$

أ- حدد حجم مجسم الدوران المولد بدوران (C_h) منحنى الدالة h على القطعة $[1;2]$ من محور الافاصيل دورة كاملة.

ب- حدد حجم مجسم الوران المولد بدوران منحنى الدالة Arctan المعرفة على القطعة $[0;1]$ على محور الاراتيب دورة كاملة ثم استنتج $\lim u_n$ حيث (u_n) هي المتتالية المعرفة بالحد العام: $u_n = \sum\limits_{k=1}^{k=n} \dfrac{k^2}{n^3 + nk^2}$.(نعطي $\|\vec{i}\| = 2cm$)