**التمرين 1 (7.5ن)**

**نعتبر المتتالية العددية** $(u_n)_n$ **المعرفة بما يلي :** $u_{n+1}=\frac{u_n-4}{u_n-3}$ **و** $u_0=1$

**1** **بين أن لكل** $n$ **من** $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-2=\frac{u_n-2}{3-u_n}$ — 1

**2** **بين بالترجع أن** $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_n<2$ — 1

**3** **أ- بين أن لكل** $n$ **من** $\mathbb{N}$ $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-2)^2}{3-u_n}$ — 1

**ب) استنتج أن** $(u_n)_n$ **متتالية تزايدية ثم استنتج أنها متقاربة** — 1

**4** **نضع** $(\forall n\in\mathbb{N})\ v_n=\frac{1}{2-u_n}$

**أ) بين أن** $(v_n)_n$ **متتالية حسابية أساسها 1** — 1

**ب) احسب** $v_0$ **ثم حدد** $v_n$ **بدلالة لكل** $n$ **من** $\mathbb{N}$ **.** — 0.75

**ج) بين أن** $u_n=2-\frac{1}{v_n}$ **ثم استنتج** $u_n=\frac{2n+1}{n+1}$ **لكل** $n$ **من** $\mathbb{N}$ **.** — 1.25

**د) احسب** $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ **.** — 0.5

**التمرين 2 (12.5ن)**

**I.** **لتكن الدالة العددية** $f$ **للمتغير الحقيقي** $x$ **المعرفة على** $]-\infty;3]$ **بما يلي:** $f(x)=x\sqrt[3]{4-x}$

**و** $(Cf)$ **منحناها في معلم متعامد ممنظم** $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

**1.** **احسب** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ — 0.75

**2.** **بين أن** $f'(x)=\frac{4}{3}\times\frac{3-x}{\sqrt[3]{4-x}^2}$ $\forall x\in]-\infty;3]$ **ثم اعط جدول تغيرات الدالة** $f$ — 2

**3.** **احسب** $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ **ثم حدد الفرع اللانهائي ل** $(Cf)$ **بجوار** $-\infty$ — 1

**4.** **أ- بين أن** $f(x)-x=\frac{x(3-x)}{\sqrt[3]{4-x}^2+\sqrt[3]{4-x}+1}$ $\forall x\in]-\infty;3]$ — 1

**ب) استنتج الوضع النسبي ل** $(Cf)$ **والمستقيم** $(\Delta)$ **ذو المعادلة** $y=x$ **على المجال** $[1;3]$ — 1

**ج) أنشئ** $(Cf)$ **، المماس الافقي والمستقيم** $(\Delta)$ **في المعلم** $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ — 1.25

**II.** **نعتبر المتتالية العددية** $(u_n)_n$ **المعرفة بما يلي :** $u_{n+1}=f(u_n)$ **و** $u_0=1$

1) **بين أن** $f([1;3])\subset[1;3]$ — 1.5

2) **بين أن** $(\forall n\in\mathbb{N})\ 1\le u_n\le 3$ — 1.5

3) **بين أن** $(u_n)_n$ **متتالية تزايدية ثم استنتج أنها متقاربة** — 1.5

4) **حدد** $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ — 1