

التمرين الأول :

نعتبر المتتاليتين $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ المعرفتين بما يلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) : v_n = \frac{v_n - v_{n-1}}{3} \quad \text{و} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) : u_n = \frac{u_{n-1} + 5}{3} \quad \text{و} \quad u_0 = 1$$

(1) بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

(2) أكتب v_n بدلالة n .

(3) أكتب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ بدلالة n .

(4) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : u_n = 3S_n + 1$.

(5) أحسب u_n بدلالة n ثم حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

التمرين الثاني :

$$\int_{-1}^0 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx \quad ; \quad \int_0^{\ln(3)} e^x \sqrt{e^x + 1} dx \quad ; \quad \int_{\ln(2)}^{\ln(3)} \frac{e^x}{e^x + 2} dx$$

أحسب التكاملات التالية :

التمرين الثالث :

في الفضاء المنسوب لمعلم متعامد منظم و مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(-1,m,0)$ حيث m عدد حقيقي

(1) أ - حدد بدلالة m احداثيات المتجهة $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$.

ب - استنتج أن النقط O و A و B غير مستقيمة

تحقق من أن : $mx + y - mz = 0$ معادلة ديكرتية للمستوى (OAB) .

(2) نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 2z - 1 = 0$.

أ - حدد Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها r .

ب - تحقق من أن النقطة O توجد داخل الفلكة (S) .

ج - استنتج أن المستوى (OAB) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) .

د - حدد قيمة m التي من أجلها تكون O هي مركز الدائرة (C) .

التمرين الرابع :

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 8z + 17 = 0$

(2) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية C الحدودية : $P(z) = z^3 + (-8+i)z^2 + (17-8i)z + 17i$

أ - بين أن الحدودية $P(z)$ تقبل حلا تخيليا صرفا وحيدا .

ب - حدد الأعداد الحقيقية a و b و c حيث : $P(z) = (z-2i)(az^2 + bz + c)$

ج - حل في C المعادلة : $P(z) = 0$.

التمرين الخامس :

يحتوي صندوق على ثلاث كرات بيضاء وسبع كرات سوداء (لا يمكن التمييز بينها باللمس).

(1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق. ليكن A و B الحدثين التاليين :

A : " الكرتان المسحوبتان لونهما أسود " .

B : " من بين الكرتين المسحوبتين توجد على الأقل كرة لونها أبيض " .

بين أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{7}{15}$ وأن احتمال الحدث B يساوي $\frac{8}{15}$.

(2) نعتبر التجربة العشوائية التالية : نسحب كرة واحدة من الصندوق ، فإذا كانت بيضاء نتوقف عن السحب، وإذا كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية وأخيرة من الصندوق.

ليكن C و D الحدثين التاليين :

C : " الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى " .

D : " الحصول على كرة بيضاء " .

(أ) احسب احتمال الحدث C .

(ب) بين أن احتمال الحدث D يساوي $\frac{8}{15}$.

المسألة :

(I 1) نعتبر الدالة g المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = \frac{x}{x+1} - \ln(1+x)$

أ - ضع جدول تغيرات الدالة g على المجال $[0, +\infty[$.

ب - استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0, +\infty[$.

(2) نعتبر الدالة f المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = e^{-x} \ln(1+e^x)$

ليكن (C) التمثيل المبياني للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

أ - بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$

ب - بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

ج - بين أن f قابلة للإشتقاق على IR وأن : $(\forall x \in IR) ; f'(x) = e^{-x} g(e^x)$

د - أدرس تغيرات الدالة f على IR .

(3) أنشئ المنحنى (C) .

(4) أ - بين أن f تقبل دالة عكسية من IR نحو مجال J يتم تحديده .

ب - حدد تغيرات الدالة f^{-1} على المجال J.

ج - أرسم التمثيل المبياني لمنحنى الدالة f^{-1} في المعلم مستعملا لونا مغاير .

(I I 1) أ - بين أن : $(\forall x \in IR) ; f'(x) + f(x) = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$

ب - حدد الدالة الأصلية F للدالة f على المجال IR التي تنعدم في 0.

(2) حدد مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C) و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتهما هما على التوالي

$x = \ln(2)$ و $x = 0$.