ثانوية ابن خلدون فاس فرض محروس 5 05/03/2012 2 علوم رياضية ا

تمرين أول

1. احسب $f'(x)$ في كل حالة مما يلي ا. $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ ب. $f(x)=x^x$ — 1

2. احسب النهايتين التاليتين ا. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}-x$ ب. $\left(n\in IN^*\right)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} Arc\tan\left(\dfrac{x^{2n}+1}{x^n}e^x\right)$ و $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{1}{x-e}\int_e^x Arc\tan(\ln t)dt$ — 1.5

3. احسب التكاملات التالية $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan x\,dx$ و $\int_0^1\dfrac{e^x}{1+e^x}dx$ و $\int_0^1 Arc\tan x\,dx$ و $\int_0^{\pi}e^x\cos x\,dx$ و $\int_0^1\dfrac{1}{(1+x)\sqrt{x}}dx$ — 3

تمرين ثاني

جزء1 نعتبر الدالة g المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي $g(x)=\dfrac{x}{1+x}-\ln(1+x)$.

1. ادرس تغيرات الدالة g . — 1
2. استنتج أن $g(x)\succ 0$ $\forall x\in]0,+\infty[$. — 0.5

جزء 2 نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{\frac{1}{x}}, & x>0\\ f(0)=e & \\ e^{-x}\ln(1+e^x), & x<0\end{cases}$ وليكن (C) منحناها في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=1$ وان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ وأول النتيجتين مبيانا. — 1.25
2. ادرس اتصال f في العدد 0 . — 0.75
3. ا. بين أن $\forall x\in\left[0,\dfrac{2}{3}\right]$ $x-\dfrac{x^2}{2}\le\ln(1+x)\le x-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^3}{3}$. — 1.5

   ب . استنتج أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 وان $f'_d(0)=-\dfrac{e}{2}$ وأول مبيانيا النتيجة السابقة. — 2
4. بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ وان — 2

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2}\left(\frac{x}{1+x}-\ln(1+x)\right)e^{\frac{\ln(1+x)}{x}}, & x>0\\ \left(\frac{e^x}{1+e^x}-\ln(1+e^x)\right)e^{-x}, & x<0\end{cases}$$

5. ادرس تغيرات الدالة f وضع جدول تغيراتها (يمكن استعمال الجزء الأول) . — 1
6. ارسم (C) خد $\|\vec{i}\|=2cm$. — 1.5

تمرين ثالث : ليكن r عددا حقيقيا موجبا قطعا .

1. بين أن $\forall n\in IN\ n\ge 2$ $\int_n^{n+1}\dfrac{1}{x^r}dx\le\dfrac{1}{n^r}\le\int_{n-1}^{n}\dfrac{1}{x^r}dx$ — 1
2. لكل n من IN^* نضع $S_n=1+\dfrac{1}{2^r}+\dfrac{1}{3^r}+\ldots+\dfrac{1}{n^r}$.

   أ. بين أن $\forall n\ge 1$ $\int_1^{n+1}\dfrac{1}{x^r}dx\le S_n\le 1+\int_1^n\dfrac{1}{x^r}dx$ — 0.75

   ب. نفترض أن $r\succ 1$ بين أن المتتالية $(S_n)_{n\ge1}$ متقاربة — 0.5

   ت. نفترض أن $r=1$ بين أن المتتالية $(S_n)_{n\ge1}$ متباعدة — 0.5
3. نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\ge1}$ المعرفة ب $\forall n\ge 1$ $v_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k}-\ln(n)$ — 0.5

   بين أن $(v_n)_{n\ge1}$ متقاربة وان نهيتها c تحقق $0\le c\le 1$. — 1

ثانوية ابن خلدون فاس فرض محروس 5 05/03/2012 2 علوم رياضية ا

عبدالخالق العمراني فاس