التمرين الاول: (7ن) نعتبر المجموعة : $H=\left\{\begin{pmatrix} a & b \\ -\overline{b} & \overline{a}\end{pmatrix} / (a;b)\in\mathbb{C}^2\right\}$, حيث $\overline{a}$ هو مرافق العدد العقدي a .

(نعلم أن $(M_2(\mathbb{C});+;\times)$ حلقة واحدية).

0.5 — 1) أ- بين أن $(H;+)$ زمرة تبادلية.

1 — ب- بين أن $(H;+;\times)$ حلقة واحدية.

2) ليكن $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0\end{pmatrix}$ و $B=\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0\end{pmatrix}$ عنصران من $M_2(\mathbb{C})$.

1 — أ- بين أن A و B ينتميان إلى H ثم قارن $A\times B$ و $B\times A$.

1 — ب- حدد العناصر القابلة للمماثلة في $(H;\times)$.

1 — ج- هل $(H;+;\times)$ جسم تبادلي؟(علل جوابك).

3) نعتبر المصفوفة $A=\begin{pmatrix} 1 & e^{i\theta} \\ -e^{-i\theta} & 1\end{pmatrix}$ حيث θ عدد حقيقي.

0.5 — أ- أحسب $A^2-2A+2I$.

1 — ب- بين أن $A\in H$ ثم استنتج عدد الحلول في H للمعادلة: $X^2-2X+2=0$.

4) نعتبر التطبيق : $f:\mathbb{C}^2\to H$; $(z_1;z_2)\to\begin{pmatrix} z_1 & z_2 \\ -\overline{z}_2 & \overline{z}_1\end{pmatrix}$ و المجموعة $\mathbb{C}^2$ مزودة بالجمع الاعتيادي.

1 — بين أن f تشاكل تقابلي من $(\mathbb{C}^2;+)$ نحو $(H;+)$.

التمرين الثاني: 4)ن(1 -) ليكن p عددا أوليا فرديا.

0.5 — أ – بين أن : $\exists k\in\mathbb{N}^*: 2^k\equiv 1[p]$.

0.25 — ب – ليكن k عددا طبيعيا غير منعدم ويحقق $2^k\equiv 1[p]$ و n عدد صحيح طبيعي . بين أن : $(2^n\equiv 1[p])\Rightarrow(k/n)$.

0.5 — ج- ليكن b أصغر الأعداد الطبيعية الغير المنعدمة والتي تحقق: $2^b\equiv 1[p]$ و n عدد صحيح طبيعي.

بين أن : $(2^n\equiv 1[p])\Rightarrow(b/n)$.

2) ليكن q عددا أوليا فرديا.نعتبر العدد $A=2^q-1$ و p أحد العوامل الأولية في تفكيك A إلى جداء عوامل أولية.

0.25 — أ- تحقق أن: $2^q\equiv 1[p]$.

0.25 — ب- بين أن p فردي.

0.5 — ج- ليكن b أصغر الأعداد الطبيعية الغير المنعدمة والتي تحقق: $2^b\equiv 1[p]$.بين أن b يقسم q ثم استنتج أن : $b=q$.

0.5 — د- بين أن : q يقسم $p-1$ و أن : $p\equiv 1[q]$.

3) نعتبر العدد : $A_1=2^{17}-1$.والأعداد التالية :103 – 137 – 239 – 307 .هي الأعداد الأولية الوحيدة الأصغر من 400 والتي تكتب على شكل: $34m+1$.

1.25 — - بين أن A_1 عدد أولي.

التمرين الثالث (4.5ن) لتكن f دالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وتحقق الخاصيات الثلاث الاتية:

(1) $\forall x\in\mathbb{R}: (f'(x))^2-(f(x))^2=1$.

(2) $f'(0)=1$.

(3) الدالة f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$.

التنقيط	
0.5	1) أ – بين أن : $\forall x\in \mathbb{R}: f'(x)\neq 0$.
0.25	ب – أحسب $f(0)$.
0.75	2) أ- بين أن : $\forall x\in \mathbb{R}: f''(x)=f(x)$.(4)
1.25	ب- حل االمعادلة التفاضلية (4) .ثم حدد الدالة f .
	3) نضع : $u=f'+f$ و $v=f'-f$.
0.25	أ- أحسب $u(0)$ و $v(0)$.
0.5	ب- بين أن : $u'=u$ و $v'=-v$.
0.5	ج – استنتج الدالتين u و v .
0.5	د- استنتج مرة اخرى الدالة f .ثم أحسب نهايتها عند $+\infty$ و $-\infty$.
	التمرين الرابع :(4.5ن) لتكن h دالة عددية معرفة كما يلي : $h(x)=\frac{1}{4}\sqrt{x^2-2x+5}$ و (C_h) منحناها في م.م.م.
	1) نضع $\forall x\geq 0; F(x)=\int_1^{e^x-e^{-x}+1}\sqrt{4+(t-1)^2}dt$.
1.5	أ- بين أن F قابلة للاشتقاق على $[0;+\infty[$ وأن : $\forall x\in[0;+\infty[; F'(x)=(e^x+e^{-x})^2$
1.25	ب- احسب $F(0)$ ثم استنتج تعبير $F(x)$ لكل $x\geq 0$.
0.5	ج – حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $e^x-e^{-x}+1=\frac{5}{2}$
1	2) أ- حدد A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_h) والمستقيمات ذات المعادلات : $y=0; x=1; x=\frac{5}{2}$.
0.25	ب- بين أن : $A\succ\frac{23}{8}$.

Nom du document : Docفرض
Répertoire : C:\Users\admin\Documents
Modèle : C:\Users\admin\AppData\Roaming\Microsoft\Templates\Normal.dotm
Titre :
Sujet :
Auteur : Unicornis
Mots clés :
Commentaires :
Date de création : 02/05/2014 15:01:00
N° de révision : 19
Dernier enregistr. le : 03/05/2014 11:55:00
Dernier enregistrement par : admin
Temps total d'édition :228 Minutes
Dernière impression sur : 03/05/2014 11:58:00
Tel qu'à la dernière impression
Nombre de pages : 2
Nombre de mots : 24 (approx.)
Nombre de caractères : 135 (approx.)