نيابة الخميسات ـ الثانوية التأهيلية محمد بن الحسن الوزاني السنة الدراسية : 2015/2014	فرض محروس 3 ـ الدورة الأولى ـ مدة الإنجاز: 2h30 بتاريخ : 2014/12/23	المادة : الرياضيات الأستاذ : علي الشريف قسم: الثانية باكالوريا علوم رياضية

التمرين الأول :(3ن=1ن × 3)

حدد الدوال الأصلية للدالة على المجال I في كل حالة :

❶ $f(x)=\tan(x)+\dfrac{1}{\tan(x)}$, $I=\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$, ❷ $f(x)=\dfrac{1}{x\left(1+\ell n^2(x)\right)}$, $I=]0;+\infty[$

❸ $f(x)=e^x\left(1+2e^x\right)^{2014}$, $I=\mathbb{R}$

التمرين الثاني : (3ن=1ن × 3)

1) بين أن العدد x ينتمي إلى $\mathbb{N}$ حيث : $\ell n(x)=\ell n(2+\sqrt{3})-\ell n(2-\sqrt{3})+\ell n(7-4\sqrt{3})$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ell n^2|x-1|-\ell n|x-1|=0$.

3) أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(e^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x+1}}\right)$.

التمرين الثالث : (6ن)

n عدد صحيح طبيعي غير منعدم .

نعتبر الدالة f_n العددية المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f_n(x)=\left(x+\dfrac{2}{n}\right)e^{-\frac{2}{x}} & ; x\succ 0 \\ f_n(0)=0 \end{cases}$$

1 – بين أن f_n قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 . (0.5 ن)

2 – ادرس تغيرات الدالة f_n على المجال $[0;+\infty[$. (1 ن)

3 – أ . بين أن , لكل n من $\mathbb{N}^*$, المعادلة $f_n(x)=\dfrac{2}{n}$ تقبل حلا وحيدا a_n في المجال $]0;+\infty[$. (1 ن)

ب – بين أن : $f_{n+1}(x)-\dfrac{2}{n+1}\succ f_n(x)-\dfrac{2}{n}$ $(\forall x\succ 0)(\forall n\in\mathbb{N}^*)$. (0.5 ن)

ج – استنتج أن المتتالية $(a_n)_{n\succ 0}$ تناقصية ثم بين أن $(a_n)_{n\succ 0}$ متقاربة . نضع $a=\lim\limits_{x\to+\infty} a_n$. (1 ن)

د – بين أن : $na_n=2e^{\frac{2}{a_n}}-2$: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$. (1 ن)

ه ـ بين أن : $a=0$. (1 ن)

Gsm :0664865556

التمرين الرابع : (8 ن)

ليكن عددا صحيحا طبيعيا اكبر من أو يساوي 1 .

نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $f_n(x)=x-n-n\dfrac{\ell n(x)}{x}$

I – نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $g_n(x)=x^2-n+n.\ell n(x)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g_n(x)$. (0.5 ن)

2) أدرس تغيرات الدالة g_n . (0.5 ن)

3) بين أن المعادلة $g_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n مع $1\le\alpha_n\prec 3$. (0.5 ن)

4) أعط اشارة $g_n(x)$ على المجالين $]\alpha_n;+\infty[$ و $]0;\alpha_n[$. (1 ن)

II – 1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f_n(x)$. (0.5 ن)

2) بين أن : $(\forall x\in]0;+\infty[):\ f_n'(x)=\dfrac{g_n(x)}{x^2}$. (0.25 ن)

3) تحقق أن $f_n(\alpha_n)=-n\left(1+\dfrac{1}{\alpha_n}\right)+2\alpha_n$. (0.25 ن)

4) أعط جدول تغيرات الدالة f_n . (0.5 ن)

5) بين أن المستقيم (D_n) ذو المعادلة : $y=x-n$ مقارب مائل للمنحنى (C_{f_n}) بجوار $+\infty$. (0.5 ن)

6) ادرس الوضع النسبي للمحنى (C_{f_n}) و المستقيم (D_n) . (0.25 ن)

7) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ ب : $h(x)=1+\dfrac{\ln x}{x}$.

أ – بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل على المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا β مع $0\prec\beta\prec 1$. (0.5 ن)

ب – بين أن : $f_n(\beta)=\beta$. (0.25 ن)

8) بين أن جميع المنحنيات (C_{f_n}) تمر من نقطة ثابتة A . (0.5 ن)

9) ادرس الوضع النسبي ل (C_{f_n}) و $(C_{f_{n+1}})$. (0.5 ن)

10) بين أن $\alpha_1=1$ و $1,2\prec\alpha_2\prec 1,3$ ثم مثل مبيانيا في نفس المعلم (C_{f_1}) و (C_{f_2}) . (1 ن)