Dans tous les exercices le plan (P) est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

EXO1 : Soient A(-2,1), B(-6,3) et C(1,7)

1)Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$, que peut-on dire de ABC ?

2)Calculer la surface de ABC

EXO2 : Soient les points A(1,1) , B(-2,2) et C(0,3)

Calculer CA, CB et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$, quelle est la nature de ABC ?

EXO3 : Soient A$(1+\sqrt{3},\sqrt{3}-1)$ et B(2,-2)

Déterminer $cos(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$ et $sin(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$ et donner une mesure de l'angle $(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}})$

EXO4 : Soient A(1,1), B$(1+\sqrt{3},\sqrt{3})$, C(6,-4) et H le projeté orthogonal de B sur (AC).

1)Déterminer la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$

2)En déduire sin$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AH}})$ et det$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AH}})$

3) Déterminer les coordonnées de H.

EXO5 : Soient $\vec{u}(a,b) et\ \vec{v}(x,y) tel\ que\ \|\vec{u}\| = 1.$

1)Montrer que :

$(\vec{u}\ et\ \vec{v}\ sont\ colinéaires) \Leftrightarrow (ax+by)^2 = x^2+y^2$

2) Soient a et b de IR tels que $a^2+b^2=1$

Déterminer l'ensemble de solutions de l'équation :

$$(ax+by)^2 = x^2+y^2$$

EXO6 : Avec l'inégalité de Cauchy-Schwartz, montrer :

1)$\forall a>0, \forall b>0: (a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}) \geq 4$

2)$\forall (a,b) \in IR^{*2} \forall (c,d) \in IR^2$:

$$(a-c)^2+(b-d)^2 \geq \frac{(ad-bc)^2}{a^2+b^2}$$

EXO7 : Déterminer une équation de la droite qui passe par A et perpendiculaire à (D) :

1) (D) :2x-3y=1 et A(1,-1)
2) (D) :$\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2+t \end{cases} ; t \in IR$ A(-2,0)

EXO8 : On considère A(2,-3) la droite (D) :2x-3y+1=0

1)Déterminer les coordonnées de H le projeté orthogonal de A su (D)

2) calculer la distance de A à (D) de deux façons.

EXO9 : Soient les points A(2,1), B(-1,1) et C(3,2)

1)Déterminer une équation de :

a- (D) la médiatrice de [AB]

b- (Δ) la hauteur de ABC issue de A

2)Calculer la surface de ABC

3) Déterminer une équation de (L) de ABC issue de C

4) Donner les coordonnées de l'orthocentre de ABC

EXO10 : Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Γ) l'ensembles des points M(x,y) dans les cas suivants :

1) $(\Gamma) : x^2+y^2-2x+4y-11=0$
2) $(\Gamma) : x^2+y^2+2x-6y+11=0$
3) $(\Gamma) : \begin{cases} x = 1+2cost \\ y = 2-2sint \end{cases} ; t \in IR$

EXO11 : Soient A(2,1), B(4,-1) et C(0,3).

Déterminer une équation du cercle inscrit sur ABC

EXO12 : Soient $\Omega(-1,1)$ et (D) : x+y+2=0

1)Déterminer le rayon du cercle (Γ) de centre Ω et tangent à (D) puis vérifier que O∈ (Γ)

2) Déterminer une équation de tangente (Δ)à (Γ)enO

3) Déterminer le point de contact de (D) et (Γ)

EXO13 : Etudier puis déterminer l'intersection de la droite (d) et du cercle (Γ) dans les cas :

1) $(\Gamma) : x^2+y^2-4x+2y=0$ et (D) :2x-y=0

2) $(\Gamma) : x^2+y^2+4x+4y+6=0$ et (D) :x-y-2=0

3) $(\Gamma) : x^2+y^2-2x+4y-11=0$ et (D) :x+y-3=0

EXO14 : Soient les droites (D) :5x-12y+4=0 et (D') :12x+5y-1=0, déterminer l'ensembles de points M(x,y) équidistants de (D) et (D')

EX015 : Soit A(-2,0) et (E) l'ensemble des points M tels que cos $\left(\widehat{\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AO}}\right) = \frac{1}{2}$, déterminer la nature de (E) :

1) Géométriquement.
2) Analytiquement.

EXO16 : Soit (C) : $x^2+y^2-2x+4y+1=0$ et A(1,1)

1)Quelle est la nature de (C) et ses éléments caract. ?

2)a- Déterminer la position de A par rapport à (C).

b- Donner les équations des tangentes à (C) passantes par A.

3) Donner les équations des tangentes à (C) dirigées par $\vec{u}(-1,2)$

EX017 : Soit m de IR et soit l'ensemble de points :

$$(\mathcal{C}_m): x^2+y^2+2(m+2)x+4my-4=0$$

1)Vérifier que est un cercle pour tout m de IR

2)Déterminer l'ensemble des centres des cercles $(\mathcal{C}_m)$ lorsque m varie dans IR

3)Montrer que les cercles $(\mathcal{C}_m)$ passent par deux points fixes A et B que l'on déterminera.

4)Donner une équation du cercle de diamètre [AB] et vérifier que un cercle de la famille $(\mathcal{C}_m)$

5)Déterminer le cercle $(\mathcal{C}_m)$ tangent à la droite (D) :x+y=3 et donner le point de contact.

EXO18 : Soient A et B deux points distincts et (C) l'ensemble des points M tels que $\frac{MA}{MB} = a$
où a>0 et $a \neq 1$

1)Dans cette question on prend A(1,1) et B(0,-1) et a=2 donner une équation de (C) puis sa nature.

2) On revient au cas général.

a- Montrer que :

$M \in (C) \Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} + a\overrightarrow{MB}).(\overrightarrow{MA} - a\overrightarrow{MB}) = 0)$

b- En utilisant les barycentres de {(A,1) ;(B,a)} et de {(A,1) ;(B,-a)},déterminer la nature de (C) .

EXO19 :