ثانوية موسى نصير نيابة الحميسات	مباراة العلوم و التقنيات المرحلة الإقتقائية 2016/2015	1 بكالوريا علوم رياضية مدة الإنجاز : 03 heures

■ **التمرين رقم 01:** (03 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي :

$$f(x)=\sqrt{1+x}\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right) .$$

1 **1)**- حدد القيمة الدنوية للدالة f على $\mathbb{R}^{*+}$.

1 **2)**- أ- إستنتج أن : $\left(\forall (a,b)\in\left(\mathbb{R}^{*+}\right)^2\right);\sqrt{a+b}\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}\right)\geq 2\sqrt{2}$.

1 ب- متى يتحقق التساوي في المتفاوتة السابقة ؟ علل جوابك .

■ **التمرين رقم 02:** (05 نقط)

⇦ ليكن f تطبيقا من $\mathbb{R}^{+}$ نحو $\mathbb{R}$ يحقق ما يلي :

$\left(\forall x\in]100,+\infty[\right);f(x)=x-10$ و $\left(\forall x\in[0,100]\right);f(x)=f\left(f\left(x+11\right)\right)$.

1 **1)**- أحسب ما يلي : $f(100)$ و $f(99)$.

2 **2)**- أحسب $f(n)$ لكل عدد صحيح طبيعي n بحيث : $n\leq 100$.

2 **3)**- أحسب $f(x)$ لكل x من المجال $[0,100]$.

■ **التمرين رقم 03:** (06 نقط)

⇦ نضع : $u=ab+bc+ca$ و $v=abc$ ، حيث a و b و c أعداد حقيقية تحقق :

$a+b+c=0$.

1 **1)**- بين أن : $a^2+b^2+c^2=-2u$.

1 **2)**- تحقق من أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);(x-a)(x-b)(x-c)=x^3+ux-v$.

1,5 **3)**- إستنتج أن : $a^3=v-au$ و $a^4=av-a^2u$ و $a^5=-uv+au^2+a^2v$.

2 **4)**- بين أن : $a^3+b^3+c^3=3v$ و $a^4+b^4+c^4=2u^2$ و $a^5+b^5+c^5=-5uv$.

0,5 **5)**- إستنتج أن : $\frac{a^5+b^5+c^5}{5}=\frac{a^2+b^2+c^2}{2}\times\frac{a^3+b^3+c^3}{3}$.

■ **التمرين رقم 04:** (06 نقط)

⇦ نعتبر متتالية الحدوديات $\mathrm{P}_n(x)$ المعرفة بما يلي :

$\mathrm{P}_0(x)=2$ و $\mathrm{P}_1(x)=x+\frac{1}{2}$ و $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right);\mathrm{P}_{n+2}(x)=\left(x+\frac{1}{2}\right)\mathrm{P}_{n+1}(x)-\frac{1}{16}\mathrm{P}_n(x)$.

1 **1)**- حدد الحدوديات $\mathrm{P}_2(x)$ و $\mathrm{P}_3(x)$ و $\mathrm{P}_4(x)$.

1,5 **2)**- بين أن $\mathrm{P}_n(x)$ حدودية من الدرجة n و أوجد معامل الحدية من الدرجة n .

3)- نفترض أن : $x\in[-1,0]$ و نضع $x=-\cos^2\alpha$.

1,5 أ- بين أن : $\mathrm{P}_n\left(-\cos^2\alpha\right)=\frac{(-1)^n}{2^{2n-1}}\cos(2n\alpha)$.

2 ب- إستنتج تعبير كل من $\cos(6\alpha)$ و $\cos(8\alpha)$ بدلالة $\cos\alpha$.