

Barème

Exercice (01) (5 points).....

I) Soit f la fonction définie sur $I =]-\infty; -1[$ par : $f(x) = \frac{x+2}{(x+1)^4}$

1,5 1) Déterminer a et b tels que : $(\forall x \in I) f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + \frac{b}{(x+1)^4}$

1,5 2) En déduire la primitive F de f sur l'intervalle I qui s'annule en 0.

II) Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I dans chacun des cas suivants :

2 1) $f(x) = \frac{x^3}{x^4+2}$; $I = \mathbb{R}$ 2) $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$; $I =]0; 1[$

Exercice (02) (3,5 points).....

1,5 1) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant : $(S) : \begin{cases} \ln x^2 + \ln y^4 = 1 \\ \ln x + 3 \ln y = \frac{3}{2} \end{cases}$

2 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante : $\ln^2(x) - \ln(x) - 2 \geq 0$

Exercice (03) (11,5 points).....

I) Soit g la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^2 - 1 - 2 \ln x$

1,5 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

1,5 2) Calculer $g'(x)$ et donner le tableau de variation de g

1 3) En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0; +\infty[$.

II) Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = x - 4 + \frac{3 + 2 \ln x}{x}$

et soit (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat.

1 2) Montrer que (\mathcal{C}_f) admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ à déterminer

1 3) a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$

0,75 b) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

1 4) a) Calculer $f''(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$

1 b) Etudier le signe de $f''(x)$ et en déduire que (\mathcal{C}_f) admet un point d'inflexion.

0,75 c) Donner l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 1.

1 5) Tracer la courbe (\mathcal{C}_f) .

Bonne chance

Barème

Exercice (O1) (5 points).....

I) Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{8x - 2x^2}{(x-2)^2}$

1,5 1) Déterminer a et b tels que : $f(x) = a + \frac{b}{(x-2)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R} - \{2\}$.

1,5 2) En déduire la primitive F de f sur l'intervalle $]2; +\infty[$ tel que $F(3) = 1$.

II) Déterminer une primitive F de f sur l'intervalle I dans chacun des cas suivants :

2 1) $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{5x}{x^2+1}$; $I =]-\infty; 0[$ 2) $f(x) = \frac{(\ln x)^3}{x}$; $I =]0; +\infty[$

Exercice (O2) (6,5 points).....

1,5 1) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant : $(S) : \begin{cases} \ln(x^3 y^2) = 5 \\ \ln x - 4 \ln \sqrt{y} = -3 \end{cases}$

2 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante: $\ln^2(x) - 3 \ln(x) \geq 0$

3) Calculer les limites suivantes :

3 a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 4x) \ln x$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2(x)}{x}$ (ind. poser $X = \sqrt{x}$)

Exercice (O3) (8,5 points).....

Soit f la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln(x) - x ; x \in]0; +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

et soit (\mathcal{C}_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1 1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

1,5 b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0, et interpréter graphiquement le résultat

1 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

1 3) Montrer que (\mathcal{C}_f) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

1 4) a) Calculer $f'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.

1,5 c) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de la fonction f .

1,5 5) Tracer la courbe (\mathcal{C}_f) .

Bonne chance