المملكة المغربية **وزارة التربيةالوطنية والشباب**	**الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــــــــا** دورة : يوليو 2004 (الدورة العادية)	**الثانية علوم رياضية أ و ب** مدة الإنجاز: 4 ساعات المعامل : 10

التمرين الأول (3نقط)

1) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

أ- بين أنه إذا كان n فرديا فإن : $n^2 \equiv 1[8]$ 0,5

ب -بين أنه إذا كان n زوجيا فإن : $n^2 \equiv 0[8]$ أو $n^2 \equiv 4[8]$ 0,5

2) لتكن a و b و c أعدادا صحيحة طبيعية فر دية .

أ- بين أن : $a^2+b^2+c^2$ ليس مربعا كاملا (أي ليسر مربعا عدد صحيح) 0,5

ب - بين أن : $2(ab+bc+ca) \equiv 6\ [8]$ 0,5

(لاحظ أن : $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$)

ج - استنتج أن $2(ab+bc+ca)$ ليسر مربعا كاملا . 0,5

د- بين أن $ab+bc+ca$ ليس مربعا كاملا. 0,5

التمرين الثاني (3نقط)

لتكن E مجموعة المصفوفات التي تكتب على الشكل $M_a = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{\sqrt{3}}(a-\frac{1}{a}) \\ 0 & -a \end{bmatrix}$

و F مجموعة المصفوفات التي تكتب على الشكل $N_a = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{\sqrt{3}}(a-\frac{1}{a}) \\ -a\sqrt{3} & -a \end{bmatrix}$

حيث a عدد حقيقي غير منعدم .

1) أ- بين أن : $(\forall (a,b) \in IR^{*2}) : M_a \times M_b = M_{ab}$ 0,5

ب - ليكن φ التطبيق المعرف من IR^* نحو E بحيث $\varphi(a) = M_a$. 0,5

بين أن φ تشاكل تقابلي من $(IR^*\ ,\ \times)$ نحو $(E\ ,\ \times)$.

استنتج البنية الجبرية لـ $(E\ ,\ \times)$. 0,25

2) أ- بين أن : $(\forall (a,b) \in IR^{*2}) : N_a \times N_b = N_{\frac{b}{a}}$ 0,25

ب - نضع $G = E \cup F$. بين أن $(G\ ,\ \times)$ زمرة . 1

ج- هل $(G\ ,\ \times)$ زمرة تبادلية ؟ 0,25

التمرين الثالث (3 نقط و نصف)

1) حل فى مجموعة الأعدادالعقدية المعادلة $z^2+z+1=0$ 0,5

2) لكل عدد عقدي z حيث $z = e^{i\theta}$. مع $-\pi \le \theta \le \pi$ و $\theta \ne \frac{2\pi}{3}$ و $\theta \ne -\frac{2\pi}{3}$ نضع

$$z' = \frac{1}{z^2+z+1}$$

أ- تحقق من أن $z^2+z+1=z(1+z+\bar{z})$ 0,5

ب - احسب معيار و عمدة z' بدلالة θ . 1

ج - نضع $z'=x+iy$ حيث x و y عددان حقيقيان .

بين أن $x^2+y^2=(1-2x)^2$ 0.5

د- استنتج أن النقطة M ذات اللحق z' تنتمي إلى هذلول يتم تحديد مركزه وراسيه ومقاربيه . 1

التمرين الرابع **(10 نقط و نصف)**

I - لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR^* بما يلي : $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{x}$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها. 1

2) أدرس تغيرات الدالة f . 0,5

3) ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

أ- أدرس الفروع اللا نهائية للمنحنى (C) . 0,5

ب- أرسم المنحنى (C) . 0,5

II - لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$u_0=1$ و $(\forall n\in IN): u_{n+1}=u_n^2 f(u_n)=u_n e^{-u_n}$

ا) بين أن $(\forall x\in IR): e^x\geq x+1$. 0,5

2) استنتج أن $(\forall x>0):\ x^2 f(x)\leq \dfrac{x}{x+1}$ 0,25

3) أ- باستعمال البرهان بالترجرع بين أن $(\forall n\in IN): 0<u_n\leq \dfrac{1}{n+1}$ 0,5

ب - بين أن (u_n) متتالية متقاربة وحدد نهايتها . 0,25

4) نضع من أجل كل n من IN^* $v_n=\sum_{k=0}^{n-1}u_k$

أ) بين أنه لكل n من IN^* $v_n=\ln(\dfrac{1}{u_n})$. 0,5

ب) حدد نهاية المتتالية (v_n) . 0,25

III - نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلى :

$$\begin{cases} F(x)=\int_{x^2}^{4x^2} f(t)\,dt \quad ; \quad x>0 \\ F(0)=2\ln 2 \end{cases}$$

1) أ- تحقق من أن : $(\forall x>0):\ \int_{x^2}^{4x^2} f(t)\,dt=2\ln(2)$ 0,5

ب - باستعمال نتيجة السؤال II 1) بين أن : $(\forall t>0): -t\leq e^{-t}-1\leq 0$ 0,25

2) أ- بين أن : $(\forall x>0): -3x^2\leq F(x)-2\ln(2)\leq 0$. 0,5

ب - استنتج أن F متصلة وقابلة للاشتقاق على اليمين في النقطة 0. 0,5

3) أ- بين أن : $(\forall t\geq 1):\ f(t)\leq e^{-t}$ 0,25

ب- استنتج $\lim_{x\to+\infty} F(x)$. 0,5

4) أ- بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ وأحسب $F'(x)$. 0,75

ب - أعط جدول تغيرات الدالة F . 0,5

ج - ارسم المنحنى الممثل للدالة F فى معلم متعامد ممنظم . 0,5

5) لتكن G الدالةالمعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلى : $G(x)=\int_{x}^{4x} e^{-t}\ \ln(t)\ dt$	
أ- بين أن $(\forall x>0) : G(x)=F(\sqrt{x})-e^{-4x}\ln(4x)+e^{-x}\ln(x)$	0,5
ب - أحسب $\lim_{x\to 0^+}(e^{-x}-e^{-4x})\ln(x)$	0,5
ج - استنج $\lim_{x\to 0^+} G(x)$	0.5