ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 07 الدورة الثانية 2009/2008	الثانية باك علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير

مدة الإنجاز : أربع ساعات

- **التمرين الأول: (02 نقط)**

1)- ليكن n من $\mathbb{N}$ ، حدد حسب قيم n باقي القسمة الأقليدية ل 2^n على 9 .

2)- حل في المجموعة $\mathbb{N}$ المعادلة : $(E):\ x^2 \equiv 2^x\ [9]$.

- **التمرين الثاني: (03 نقط)**

1)- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $(F): 7x-5y=18$.

2)- أ- بين أنه لكل k من $\mathbb{Z}$ بحيث $k\neq -8$ ، لدينا : $(7k+2)\wedge(5k+4)=(k+8)\wedge 18$.

ب- إستنتج الحلول (x,y) للمعادلة (F) التى تحقق $x\wedge y=1$.

3)- أ- حل في $\mathbb{Z}$ كل معادلة من المعادلتين : $(1): x^2\equiv 4[5]$ و $(2): x^2\equiv 2[7]$.

ب- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $(G): 7x^2-5y^2=18$.

- **التمرين الثالث: (04 نقط)**

1)- نعرف في $\mathbb{R}^2$ قانون التركيب الداخلي * كما يلي :

$$\left(\forall(a;b)\in\mathbb{R}^2 \text{ و } \forall(c;d)\in\mathbb{R}^2\right);\ (a,b)*(c,d)=\left(\frac{1}{3}ad+\frac{1}{3}bc;\frac{1}{3}bd-\frac{3}{4}ac\right).$$

و ليكن f التطبيق المعرف من $\mathbb{C}$ نحو $\mathbb{R}^2$ كما يلي :

$$(\forall z\in\mathbb{C});\ f(z)=f(a+ib)=(2b;3a).$$

أ- بين أن f تشاكل تقابلي من $(\mathbb{C};\times)$ نحو $(\mathbb{R}^2;*)$.

ب- إستنتج بنية $\left(\mathbb{R}^2-\{(0;0)\};*\right)$.

ج- حدد مماثل كل عنصر $(a;b)$ من $\mathbb{R}^2-\{(0;0)\}$ بالنسبة للقانون * .

د- حل في $\mathbb{R}^2-\{(0;0)\}$ المعادلة : $(H):\ (a;b)*(a;b)*(a;b)=(0;3)$.

2)- لكل a من $\mathbb{R}$ ، نعتبر الدالة f_a المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f_a(x)=ax$.

و نعتبر المجموعة : $E=\{\ f_a / a\in\mathbb{R}\ \}$.

أ- بين أن E جزء مستقر بالنسبة للقانونين $+$ و $\circ$.

ب- باستعمال تشاكل مناسب ، بين أن $(E;+)$ و $(E^*;\circ)$ زمرتان تبادليتان .

ج- بين أن $\circ$ توزيعي على $+$ في E ، ثم إستنتج بنية $(E;+;\circ)$.

- **<u>التمرين الرابع</u>: (03 نقط)**

نعتبر المجموعة : $E=\left\{\ M(x;y)=\begin{pmatrix} x & y \\ qy & x \end{pmatrix} / (x;y)\in\mathbb{R}^2\ \right\}$ ، حيث q عدد حقيقي ثابت .

1)- بين أن E جزء مستقر من $(IM_2(\mathbb{R});\times)$.

2)- نفترض أن $q<0$ و نضع : $\omega=i\sqrt{-q}$.

أ- تحقق أنه : $(\forall z\in\mathbb{C})\ ;\ (\exists!(x;y)\in\mathbb{R}^2)\ /\ z=x+\omega y$.

ب- بين أن التطبيق φ المعرف من $\mathbb{C}^*$ نحو E^* كما يلي : $\varphi(z)=\varphi(x+\omega y)=M(x;y)$

تشاكل تقابلي من $(\mathbb{C}^*;\times)$ نحو $(E^*;\times)$ ، ثم إستنتج بنية $(E^*;\times)$.

ج- حدد مقلوب كل عنصر $M(x;y)$ من $(E^*;\times)$.

3)- نفترض أن $q\geq 0$.

تحقق أن : $M(\sqrt{q};1)\times M(-\sqrt{q};1)=0$ ، هل $(E^*;\times)$ زمرة ؟ علل جوابك .

- **<u>التمرين الخامس</u>: (10 نقط)**

I- ليكن n من $\mathbb{N}$ و f_n الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f_n(x)=\dfrac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}$.

1)- أ- أحسب النهايتين : $\lim_{x\to-\infty} f_n(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f_n(x)$ ، ثم اعط تأويلهما الهندسي .

ب- أدرس تغيرات f_n وضع جدول تغيراتها (يجب فصل الحالات : $n=0$ و $n=1$ و $n\geq 2$) .

ج- بين أن منحنيات الدوال f_n تمر من نقطة ثابتة Ω ينبغي تحديدها .

2)- أ- بين أن المنحنى (C_0) للدالة f_0 يقبل نقطة إنعطاف وحيدة I ينبغي تحديدها .

ب- بين أن (C_0) متماثل بالنسبة للنقطة Ω ، ثم أكتب معادلة المماس ل (C_0) في هذه النقطة .

ج- أنشىء المنحنى (C_0) في معلم متعامد ممنظم حيث الوحدة هي $4cm$.

3)- قارن $f_1(x)$ و $f_0(-x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أنشئ المنحنى (C_1) إنطلاقا من (C_0) .

II- لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة كما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N});\ u_n=\int_0^1 f_n(t)dt$.

1)- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*);\ 0\le u_n\le\dfrac{1}{2}$ و أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة .

2)- أ- أحسب u_1+u_0 ثم u_1 و إستنتج u_0 . abouzakariya@yahoo.fr

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_0) و المستقيمات التي معادلاتها على

التوالي : $x=0$ و $x=1$ و $y=\dfrac{1}{2}$. www.besmaths.un.ma

ج- إستنتج مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنيين (C_0) و (C_1) و المستقيمين $x=0$ و $x=1$.

3)- بدون حساب u_n ، بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\});\ u_n+u_{n-1}=\dfrac{1-e^{1-n}}{n-1}$ ، ثم أحسب u_2 .

4)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، نضع : $v_n=u_n+u_{n-1}$. أحسب نهايتي المتتاليتين $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ و $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

III- لتكن g الدالة المعرفة كما يلي : $g(x)=\dfrac{f_1(-x)}{(x+1).f_0(-x)}$ ، و F الدالة المعرفة على المجال

$[1;+\infty[$ كما يلي : $F(x)=\int_0^{2\ln(x)} g(t)dt$.

1)- أ- تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R}-\{1\});\ g(x)=\dfrac{e^x}{x+1}$.

ب- تحقق أن الدالة F معرفة بالفعل على المجال $[1;+\infty[$.

ج- بين أن F قابلة للإشتقاق على المجال $[1;+\infty[$ ، ثم أحسب $F'(x)$.

د- إستنتج أن : $(\forall x\in[1;+\infty[);\ F(x)=\int_1^x \dfrac{2t}{1+2\ln(t)}dt$.

2)- أ- بين أن : $\left(\forall t\in \mathbb{R}^{+}\right);\ e^{t}\geq 1+t$ ، ثم إستنتج النهاية : $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$.

ب- بين أن : $\left(\forall x\in \left]2;+\infty\right[\right);\ F(x)\geq \int_{\frac{x}{2}}^{x}\frac{2t}{1+2\ln(t)}dt$.

ج- بين أنه : $\left(\forall x\in \left]2;+\infty\right[\right)\ ;\ \left(\exists c\in \left[\frac{x}{2};x\right]\right)\ /\ F(x)\geq \frac{cx}{1+2\ln(c)}$.

د- إستنتج أن : $\left(\forall x\in \left]2;+\infty\right[\right);\ \frac{F(x)}{x}\geq \frac{x}{2\left(1+2\ln(x)\right)}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{F(x)}{x}$.

ه- ضع جدول تغيرات الدالة F .