الموسم الدراسي: 2012/2011	مادة الرياضيات	معهد بليز باسكال الرباط INSTITUT BLAISE PASCAL
القسم : 1 باك علوم رياضية	سلسلة تمارين رقم : 7	الاستاذ: احيد

التمرين الاول:

ليكن ABC مثلثا في المستوى $\mathcal{P}$. نضع : $BC=a$ و $AB=c$ و $AC=b$

ولتكن A' منتصف $[BC]$ و B' منتصف $[AC]$ و C' منتصف $[AB]$ و G مركز ثقل المثلث ABC

1 - بين أن لكل نقطة M من $\mathcal{P}$: $MA^2+MB^2+MC^2 = 3MG^2+\frac{a^2+b^2+c^2}{3}$

2 - احسب بطريقتين مختلفتين العدد : $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})^2$

واثبت أن : $2\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 3MG^2-\frac{a^2+b^2+c^2}{6}$

3 - نعتبر I و J نقطتي تقاطع الدائرتين التي اقطارهما $[AA']$ و $[BC]$

بين أن I و J تنتمي إلى دائرة مركزها G وحدد شعاعها بدلالة a و b و c.

التمرين الثاني:

نعتبر في المستوى $\mathcal{P}$ مثلثا متساوي الاضلاع ABC. بحيث $AB=2$

والنقطة G بحيث $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

1 - أ - انشئ الشكل

ب - بين أن G مرجح النظمة المتزنة : $\{(A,2),(B,1),(C,-1)\}$

ج - بين أن $(AG)\perp(BG)$

2 - نعتبر المجموعة : $\mathcal{E}=\{M\in P \,/\, 2MA^2+MB^2-MC^2=4\}$

أ - تحقق أن النقطة B تنتمي إلى $\mathcal{E}$.

ب - بين أن $(\mathcal{E})$ دائرة ينبغي تحديد مركزها وشعاعها .

3 - بين أن المستقيم (BC) مماس للدائرة $(\mathcal{E})$.

التمرين الثالث:

في المستوى $\mathcal{P}$ المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعتبر

$(\mathcal{E}_\alpha)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق : $(E):\ x^2+y^2-2x\sin\alpha-2y\sin\alpha-3\cos2\alpha=0$

حيث α بارامتر حقيقي ينتمي إلى المجال $\left[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

1 - أ - بين أن المعادلة (E) تكافئ : $(x-\sin\alpha)^2+(y-\sin\alpha)^2-(1+2\cos2\alpha)=0$

ب - أوجد قيم البارامتر α التي تكون من أجلها $(\mathcal{C}_\alpha)$ مجموعة مكونة من نقطة وحيدة.

ج - حدد A مجموعة قيم البارامتر α التي من أجلها $(\mathcal{C}_\alpha)$ دائرة شعاعها غير منعدم.

2 - ليكن (D) المستقيم ذا المعادلة : $y = x$.

أ - اثبت أن المستقيم (D) مماس للدائرة $(\mathcal{C}_{\frac{\pi}{4}})$.

ب - أوجد قيم البارامتر α التي من أجلها المستقيم (D) يقطع الدائرة $(\mathcal{C}_\alpha)$ في نقطتين مختلفتين.

التمرين الرابع: في المستوى $\mathcal{P}$ المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

نعتبر الدائرة $(\mathcal{C})$ التي معادلتها : $x^2+y^2+2x-4y-2=0$

1 - أ - حدد مركز وشعاع الدائرة $(\mathcal{C})$.

ب - انشئ الدائرة $(\mathcal{C})$. وحدد مبيانيا مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوى $(\mathcal{P})$ بحيث :

$$\begin{cases} x^2+y^2+2x-4y-2 \leq 0 \\ x+y \leq 0 \end{cases}$$

2 - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y = mx$ حيث m بارامتر حقيقي يقطع الدائرة $(\mathcal{C})$ في نقطتين ينبغي تحديدهما.

3 - أ - حدد تمثيلا بارامتريا للدائرة $(\mathcal{C})$

ب - ليكن α عدد حقيقيا بحيث $\sqrt{7}\cos\alpha + \sqrt{7}\sin\alpha = -1$

احسب $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$

4 - اكتب معادلتي المماسين للدائرة $(\mathcal{C})$ والموجهان بالمتجهة

$$\vec{u} = \vec{i} + \sqrt{6}\,\vec{j}$$

انتهى !

« Il n'y a pas d'omelette sans casser les oeufs. »