I. مبدأ الجداء

1. رئيسي مجموعة منتهية

نسمي رئيسي مجموعة منتهية E عدد عناصرها و نرمز له ب $card(E)$

مثال

$A = \{1, \alpha, \delta, 7, 0\}$ و $B = \{\varepsilon, \mu, \rho, \theta, \omega, \varphi, 13\}$

إذن $card(A) = 5$ و $card(B) = 7$

2. عاملي عدد صحيح طبيعي

ليكن n عدد صحيح طبيعي

نسمي عاملي n العدد الذي نرمز له ب $n!$ و المعرف بما يلي

- $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots\dots \times n$ إذا كان $n \neq 0$
- $0! = 1$

3. المبدأ الأساسي للتعداد

لتكن E تجربة تتطلب نتائجها k اختيارا

إذا كان الإختيار الأول يتم ب n_1 طريقة مختلفة

إذا كان الإختيار الثاني يتم ب n_2 طريقة مختلفة

.....

إذا كان الإختيار k يتم ب n_k طريقة مختلفة

فإن عدد النتائج الممكنة هي $n_1 \times n_2 \times \dots\dots \times n_k$

II. التأليفات

1. تعريف

ليكن n و p عنصرين من $\mathbb{N}$ حيث $0 \leq p \leq n$

وليكن E مجموعة مكونة من n عنصر

كل جزء من E يتكون من p عنصر يسمى تأليفة ل p عنصر من بين n عنصر

عدد التأليفات المكونة من p عنصر من بين n نرمز له بالرمز C_n^p بحيث $C_n^p = \dfrac{n!}{p!\,(n-p)!}$

2. مثال

يحتوي صندوق على 49 كرة مرقمة من 1 إلى 49

نسحب عشوائيا 6 كرات في آن واحد , كم عدد السحبات الممكنة ؟

هل يمكننا الحصول عدة مرات على نفس العدد في نفس السحبة ؟

← لا إذن لا يمكن تكرار العناصر

هل ترتيب الأرقام مهم ؟

← لا $(2-3-5-8-11-24)$ و $(24-3-5-2-11-8)$ يمثلان نفس السحبة إذن ترتيب العناصر غير مهم

III. الترتيبات بدون تكرار

1. تعريف

ليكن n و p عنصرين من $\mathbb{N}^*$

كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر مع عدم امكانية تكرار نفس العنصر يسمى ترتيبة بدون تكرار ل p عنصر من بين عنصر n

عدد الترتيبات بدون تكرار ل p عنصر من بين n نرمز له بالرمز A_n^p بحيث

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

2. مثال

في سباق $100\ m$ هناك 8 متسابقين مرقمين من 1 إلى 8

على منصة صغيرة توجد ميداليات ذهب فضة نحاس

كم من منصة يمكن تكوينها ؟

← مثال 2-3-5 منصة أي رقم 2: ذهب رقم 3: فضة رقم 5: نحاس

هل يمكن الحصول على نفس الرقم عدة مرات على المنصة ؟

← لا يمكن للمتسابق أن يفوز بميدالية ذهب و فضة إذن لا يمكن تكرار العناصر

هل ترتيب أرقام الفائزين على المنصة مهم

← بمعنى آخر ترتيب العناصر مهم

IV. الترتيبات بتكرار

1. تعريف

ليكن n و p من $\mathbb{N}^*$

كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر مع امكانية تكرار نفس العنصر

يسمى ترتيبة بتكرار ل p عنصر من بين عنصر n

عدد الترتيبات بتكرار ل p عنصر من بين عنصر n هو n^p

2. مثال

كم من رقم هاتف محمول يتكون من 9 أرقام و يبتدأ ب 06

هل يمكن لرقم أن يتكرر في 7 وضعيات المتبقية

← نعم يمكن تكرار العناصر

هل ترتيب العناصر في 7 وضعيات المتبقية مهم

← نعم ترتيب العناصر مهم

3. معامل الترتيب

إذا كان لدينا n عنصر من بينها

n_1 عنصر من النوع A

n_2 عنصر من النوع B

n_3 عنصر من النوع C

فإن إمكانيات ترتيب هذه العناصر هو $\dfrac{n!}{n_1! \times n_2! \times n_3!}$

طريقة السحب	في آن واحد	بالتتابع و بدون إحلال	بالتتابع وبإحلال
عدد السحبات الممكنة	C_n^p	A_n^p	n^p

I. مصطلحات

1. كون الإمكانيات

كون الإمكانيات هو مجموعة كل النتائج الممكنة ونرمز له ب Ω

كل عنصر من Ω يسمى إمكانية

2. الحدث

كل جزء من Ω يسمى حدثا

3. الحدث المستحيل

ϕ لا تحتوي على أي نتيجة أي مجموعة ϕ لا تتحقق أبدا

ϕ تسمى الحدث المستحيل

4. الحدث الأكيد

Ω يحتوي على جميع النتائج الممكنة

Ω يسمى الحدث الأكيد

5. الحدث الإبتدائي

كل حدث مكون من عنصر واحد يسمى حدثا ابتدائيا

6. الحدث المضاد

الحدث المضاد للحدث A هو $\overline{A}$

حيث $A \cup \overline{A} = \Omega$ و $A \cap \overline{A} = \phi$

7. انسجام حدثين

نقول إن حدثين A و B غير منسجمين إذا و فقط إذا كان $A \cap B = \phi$

II. تعاريف و خاصيات

1. تعريف

ليكن $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ كون إمكانيات تجربة عشوائية

عندما نربط كل جزء A من Ω بعدد حقيقي $P(A)$ بحيث

- $p(\Omega) = 1$
- $\forall (A,B) \in P(\Omega)^2 \quad A \cap B = \phi \Rightarrow \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

نقول إننا عرفنا احتمالا على Ω

2. **ملاحظة**

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا و A حدث

- $p(\phi) = 0$
- $0 \leq p(A) \leq 1$
- $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$ حيث $\bar{A}$ متمم A في Ω

3. **فرضية تساوي الإحتمالات**

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا

إذا كانت جميع الاحداث الإبتدائية متساوية الاحتمال نقول إن فرضية تساوي الإحتمالات متحققة و احتمال كل حدث A في هذه الحالة هو

$$p(A) = \frac{card(A)}{card(\Omega)}$$

4. **الإحتمال الشرطي**

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا و A و B حدثين بحيث $p(A) \neq 0$

احتمال B علما أن A محقق هو $\frac{p(A \cap B)}{p(A)}$

ونرمز له بالرمز $p_A(B)$ أو $p(B / A)$

5. **تعريف**

A و B مستقلين إذا كان $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

III. المتغير العشوائي

1. **تعريف**

ليكن (Ω, p) فضاءا احتماليا منتهيا

عندما نربط كل عنصر من Ω بعدد x_i نقول اننا عرفنا متغيرا عشوائيا $[a; b]$ على Ω

المجموعة $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ تسمى مجموعة قيم X

الدالة العددية التي تربط كل قيمة x_i بالعدد $p(x = x_i)$ تسمى قانون احتمال المتغير X

2. تعريف

ليكن X متغير عشوائي بحيث $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ نقول إننا حددنا قانون احتمال X

إذا قمنا بحساب $P(x = x_i)$ لكل i من $\{1,2,\dots,n\}$ ونخلص هذه النتائج في الجدول

$x = x_i$	x_1	x_2	.....	x_n
$P(x = x_i)$	$P(x = x_1)$	$P(x = x_2)$	.....	$P(x = x_n)$

- الأمل الرياضي $E(X) = \sum_{k=1}^{m} x_k p(X = x_k)$
- المغايرة $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$
- الانحراف الطرازي $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

3. فرضية تساوي الإحتمالات

ليكن p احتمال حدث A في تجربة عشوائية , نعيد هذه التجربة n مرة

المتغير العشوائي الذي قانون احتماله معرف بما يلي

$$\forall k \in [0,n] \quad p(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

يسمى متغيرا عشوائيا وسيطاه n و p

الأمل الرياضي $E(X) = np$

المغايرة $V(X) = np(1-p)$