نيابة الخميسات	فرض منزلي رقم 1	المادة : الرياضيات
الثانوية التأهيلية محمد بن الحسن الوزاني	الدورة الثانية	الأستاذ : علي الشريف
السنة الدراسية : 2014/2013	بتاريخ : 2014/02/10	القسم : الأولى باكالوريا علوم رياضية

التمرين الأول :

نعتبر النقطتين $A(a;0)$ و $B(0;b)$ حيث a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا , و الدائرة (ζ) التي أحد أقطارها $[AB]$. لتكن M نقطة من المستوى و النقط H و I و J هي على التوالي مساقطها العمودية على (OA) و (OB) و (AB) .

1) أكتب المعادلة الديكارتية لكل من الدائرة (ζ) و المستقيم (AB).

2) لتكن $(\alpha;\beta)$ إحداثيتي النقطة M و $(x_0;y_0)$ إحداثيتي النقطة J .

أ - حدد إحداثيتي I و H بدلالة α و β .

ب – أحسب x_0 و y_0 بدلالة a و b و α و β .

ج – بين أن :

$$\det\left(\overrightarrow{IJ};\overrightarrow{IH}\right)=\frac{ab}{a^2+b^2}\left(\alpha^2+\beta^2-\alpha a-\beta b\right)$$

د – آستنتج شرط كاف و لازم لآستقامية النقط I و J و H .

التمرين الثاني :

في المستوى P المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر (φ_α) مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوى P بحيث :

$$x^2+y^2-2x\cos\alpha-2y\sin\alpha-3=0$$

1) حدد (τ_α) مجموعة مراكز الدوائر (φ_α) عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

2) ليكن α و β عددين حقيقيين ؛ Ω_α مركز الدئرة (φ_α) و Ω_β مركز الدائرة (φ_β) .

أ – بين أن : $\Omega_\alpha\Omega_\beta=2\left|\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\right|$

ب – أدرس حسب قيم $\alpha-\beta$ ، الوضع النسبي للدائرتين (φ_α) و (φ_β) .

التمرين الثالث :

في المستوى P المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر (φ_α) مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق :

$$(E)\ x^2+y^2-2x\sin\alpha-2y\sin\alpha-3\cos2\alpha=0$$

حيث α بارامتر حقيقي ينتمي الى المجال $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

1) أ – أوجد قيم البارامتر α التي تكون من أجلها (φ_α) مجموعة مكونة من نقطة وحيدة .

ب – حدد A مجموعة قم البرامتر α التي من أجلها (φ_α) دائرة شعاعها غير منعدم .

2) ليكن (D) المستقيم ذا المعادلة $x=y$.

– أوجد قيم البارامتر α التي من أجلها يقطع المستقيم (D) الدائرة (φ_α) في نقطتين مختلفتين .

التمرين الرابع :

أثبت المتساويات التالية :

1) $$\cos(x)+\cos(2x)+\cos(3x)=\frac{\cos(2x)\sin\left(\frac{3x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}$$

2) $$\cos(x)\cos\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)\cos(x)=-\frac{3}{4}$$

3) $$\tan(x)+2\tan(2x)+4\tan(4x)+8\tan\left(\frac{\pi}{2}-8x\right)=\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

التمرين الخامس :

لكل x من $\mathbb{R}$ نضع :

$$S(x)=\cos^2(x)+\cos^2(2x)+\cos^2(3x)$$

1) أ – بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$:

$$\cos^2(x)+\cos^2(3x)=\frac{1}{2}\left(2+\cos(2x)+\cos(6x)\right)$$

ب – بين أنه لكل x من $\mathbb{R}$:

$$S(x)=2\cos(x)\cos(2x)\cos(3x)+1$$

2) حل في $[0;\pi]$ المعادلة : $S(x)=1$

3) نضع : $A=\cos\left(\frac{\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right)\cos\left(\frac{3\pi}{7}\right)$

أ – بين أ ن : $A=\frac{1}{8}$ (يمكنك حساب)

ب – آستنتج قيمة : $S\left(\frac{\pi}{7}\right)$