



لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مباراة الدخول إلى مملكة تاهيل أساتذة التعليم الثانوي التاهيلي بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين

الصفحة: 2 على 12

الموضوع

دورة شتنبر 2013

مادة التخصص: الرياضيات

Partie I :

EXERCICE 1

Question 1 : on a :

A. la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = \cos\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ est continue en 0.

B. la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = \sin x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$ est continue en 0. $\rightarrow \sin \frac{1}{x} \rightarrow 0$

C. la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = x + \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$ est continue en 0. $\rightarrow \sin \frac{1}{x} \rightarrow 0$

D. la fonction définie par $\begin{cases} f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$ est continue en 0. $\rightarrow \sin \frac{1}{x} \rightarrow 0$

Question 2 : Soit f la fonction définie par : $f(x) = e^{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$ on a :

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e^{\frac{1}{2}}$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sqrt{e}$

BOURZIK

Question 3: Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{e^x - 1}{\sqrt{x+1} - 1}$ on a :

A. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2}$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$



لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

مباراة التحول التي سلكها تاهيل أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي بالمراكز الجهوية لمهن التربية والتكوين

الصفحة: 3 على 12

الموضوع

دورة شتنبر 2013

مادة التخصص: الرياضيات

Question4 : on a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10^x - 2^x - 5^x + 1}{x \tan x}$ est égale à :

- A. $\ln 2$
- B. $\ln 2 \cdot \ln 5$
- C. $\frac{\ln 2}{\ln 5}$
- D. $\ln 10$

Question5 : Soient g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x(x-1) + x^2$ on a :

- A. g est positive sur $]0, +\infty[$
- B. g est négative sur $]0, 1[$
- C. g est strictement croissante sur $]0, +\infty[$
- D. l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution sur \mathbb{R}

Question6 : Si les quatre fonctions $f_1; f_2; f_3$ et f sont définies sur \mathbb{R}^{**}

par : $f_1(x) = \ln x$; $f_2(x) = \sqrt{x^2 + 1}$; $f_3(x) = \cos x$ et $f(x) = f_1 \circ f_2 \circ f_3(x)$ alors :

- A. $f'(x) = \frac{-\ln x \sin(\sqrt{\ln^2 x + 1})}{\sqrt{1 + \ln^2 x}}$
- B. $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 x}}$
- C. $f'(x) = \frac{-\sin 2x}{2(1 + \cos^2 x)}$
- D. $f'(x) = -\sin(\sqrt{(\ln x)^2 + 1})$

BOURZIK

Question7 : l'intégrale $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x}e^{x^2}}$

- A. Diverge
- B. converge vers 0
- C. converge vers $\frac{1}{e}$
- D. aucune des réponses précédentes n'est juste

Question 8 : Si $F(x) = \frac{1}{x^2} \int_4^x (4t^2 - 2F(t)) dt$ alors $F'(4)$ est égal à :

- A. $\frac{32}{9}$
- B. $\frac{64}{3}$
- C. $\frac{16}{3}$
- D. $\frac{64}{9}$

Question 9 : Soit la suite (u_n) définie par : $a_1 = 2$; $a_{n+1} = a_n + 2n$ $n \geq 1$. la valeur de a_{100} est :

- A. 9900
- B. 9902
- C. 9904
- D. 10100

Question 10 : Si $5+15+45+135+\dots+N=147620$ alors la valeur de N est :

- A. 49205
- B. 295245
- C. 32805
- D. 98415

Question 11 : Soit la suite (u_n) définie par : pour tout entier naturel n ; $u_n = \frac{(-1)^n}{(-1)^n + \sqrt{n+1}}$. on a alors :

- A. $\forall n \in \mathbb{N} |u_n| < 1$
- B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$
- C. la suite (u_n) est divergente
- D. la suite (u_n) est monotone

Question 12 : $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\pi^3}{3^n}\right)^n$ est égale à :

A. 0

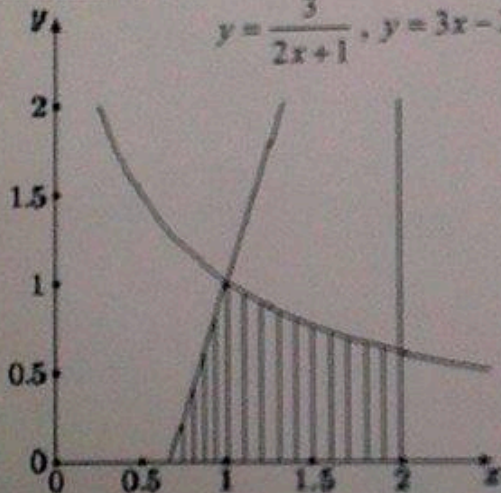
B. 1

C. $\frac{\pi^3}{3^{\pi} - \pi^3}$

D. $\frac{3^{\pi}}{\pi^3 - 3^{\pi}}$

Question 13 : L'aire Δ de la surface comprise entre les courbes d'équations

$$y = \frac{3}{2x+1}, y = 3x - 2 ; x = 2 \text{ et } y = 0 \text{ est:}$$



A. $-\frac{7}{6} + \frac{3}{2} \ln 15$

B. $-\frac{1}{6} + 3 \ln \left(\frac{5}{3}\right)$

C. $\frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} + 3 \ln \left(\frac{5}{3}\right) \right]$

D. $-\frac{5}{2} + 3 \ln \left(\frac{3}{7}\right)$

BOURZIK

EXERCICE 2

Question 14 : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; la formule de Taylor avec reste intégral permet d'écrire :

A. Pour toute fonction h , n fois dérivable sur un segment $[a ; b]$

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(t) dt$$

B. Pour toute fonction h , n fois dérivable sur un segment $[a ; b]$, dont la dérivée nième est continue sur $[a ; b]$:

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(t) dt$$

C. Pour toute fonction h , n fois dérivable sur un segment $[a ; b]$

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^n}{n!} h^{(n)}(t) dt$$

D. aucune des réponses précédentes n'est juste

Question 15 : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; le Théorème de la moyenne appliqué au reste de l'intégral de la question précédente permet d'écrire :

A. Pour toute fonction h , n fois dérivable sur un segment $[a; b]$

$$\exists c \in]a, b[\text{ tel que : } h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(c)$$

B. Pour toute fonction h , n fois dérivable sur un segment $[a; b]$, dont la dérivée nième est continue sur $[a; b]$:

$$\exists c \in]a, b[\text{ tel que : } h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(c)$$

C. Pour toute fonction h , n fois dérivable sur un segment $[a; b]$, dont la dérivée nième est continue sur $[a; b]$:

$$\exists c \in]a, b[\text{ tel que : } h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^n}{n!} h^{(n)}(c)$$

D. aucune des réponses précédentes n'est juste

Question 16 : de la question 10 on peut déduire que:

A. $\exists c \in]0, 1[; \forall x \in \mathbb{R}; e^x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!} + \frac{x^n}{n!} e^c$

B. $\forall x \in \mathbb{R}; \exists c \in]0, 1[; e^x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!} + \frac{x^n}{n!} e^c$

C. $\forall x \in \mathbb{R}; e^x = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!}$

D. aucune des réponses précédentes n'est juste

BOURZIK

EXERCICE 3

Soit φ la solution de l'équation différentielle (E) $(1+x)y' = xy$ sur l'intervalle $] -1, +\infty[$ vérifiant $\varphi(0) = 1$

Question 17 : φ est définie par

A. $\varphi(x) = \frac{e^x}{1+x}$

B. $\varphi(x) = \frac{e^{2x}}{1+x}$

C. $\varphi(x) = \frac{2e^x}{1+x}$

D. une autre expression

Question 18 : Soit f une solution de (E) développable en série entière au voisinage de 0

$(\forall x \in I) : f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ ou I est un intervalle ouvert contenant 0. alors :

- A. la suite $(a_n)_n$ vérifie la relation $a_0 = 1$ et $a_1 = 0$ et $na_n + (n+1)a_{n+1} + a_{n-1} = 0$
 B. la suite $(a_n)_n$ vérifie la relation $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$ et $na_n + (n+1)a_{n+1} - a_{n-1} = 0$
 C. la suite $(a_n)_n$ vérifie la relation $a_0 = 1$ et $a_1 = 0$ et $na_n + (n+1)a_{n+1} - a_{n-1} = 0$
 D. la suite $(a_n)_n$ vérifie une autre relation autre que les trois relations précédentes

Question 19: l'expression de a_n est

- A. $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k!}$
 B. $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$
 C. $\forall n \in \mathbb{N} \quad a_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k!}$
 D. une autre expression autre que les trois expression précédentes

Question 20 : on a :

- A. φ est développable en série entière sur un intervalle $] -R, R[$ et $R \geq 1$
 B. φ est développable en série entière sur un intervalle $] -R, R[$ et $R \geq 2$
 C. φ est développable en série entière sur \mathbb{R}
 D. φ n'est pas développable en série entière

Partie II

EXERCICE I :

Question 21 : Soit $z = (-1+i)^{11} + (-1-i)^{15}$ on a alors:

- A. $z = -96 + 160i$
 B. $z = 96 - 160i$
 C. $z = 160 - 96i$
 D. $z = -160 + 96i$

Question22: Soit M_k l'image de Z_k avec $Z_k = e^{\frac{2k\pi}{n}}$ ou k est un entier naturel et n un entier naturel supérieure 2. on a :

- A. $\forall k > 0, (z_k)^n = 1$ et $\forall k > 0, \overline{z_k} = -1$
 B. $z_1 + z_2 + \dots + z_{n-1} = 0$
 C. $M_k M_{k+1} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$
 D. $M_k M_{k+1} = 2 \cos\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Question23: Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points: $A(2; 4)$, $B(-2; 1)$ et $C(4; 3)$. On note d la distance du point A à la droite (BC) . la valeur de d est:

- A. $d = \frac{3}{\sqrt{2}}$
 B. $d = \frac{9}{\sqrt{10}}$
 C. $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 D. $d = \frac{5}{\sqrt{10}}$

BOURZIK

Question24: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère la sphère S d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0 \quad \text{une équation du plan tangent à } S \text{ au point } A(3,4,3) \text{ est :}$$

- A. $x - z = 0$
 B. $4x + 6y + 3z - 45 = 0$
 C. $2x + 2y + z - 17 = 0$
 D. $4x + 6y + 5z - 51 = 0$

Question25: La valeur de la somme $\frac{1}{81^n} - \frac{10}{81^n} C_{2n}^1 + \frac{10^2}{81^n} C_{2n}^2 - \frac{10^3}{81^n} C_{2n}^3 + \dots + \frac{10^{2n}}{81^n}$ est :

- A. 0
 B. 1
 C. 2
 D. $\frac{1}{2}$

Question26 :

Un étudiant se présente à deux concours indépendants C_1 et C_2 . Il a une chance sur trois de réussir le concours C_1 et une chance sur trois de réussir le concours C_2 . Pour augmenter ses chances de réussite, l'élève décide de passer les deux concours. La probabilité qu'il réussisse au moins un concours est :

- A. $\frac{2}{3}$
- B. $\frac{5}{9}$
- C. $\frac{2}{9}$
- D. $\frac{4}{9}$

BOURZIK

Question27 : Le nombre d'entier relatif x qui vérifie $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$ est :

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 8

Question28 : Le chiffre des unités du nombre 3^{33} est :

- A. 3
- B. 9
- C. 6
- D. 7

Question29: Soient a et b deux entiers premiers entre eux. On a

- A. $\text{pgcd}(a+b, ab) = 2$
- B. $\text{pgcd}(a+b, ab) = 1$
- C. $\text{pgcd}(a+b, ab) = -1$
- D. $\text{pgcd}(a+b, ab) = 3$

Question30 : On tire au hasard une boule dans une urne contenant dix boules numérotées de 1 à 10.

On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le numéro de la boule tirée.

la valeur de l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X est :

- A. $E(X) = 1$
 B. $E(X) = \frac{11}{2}$
 C. $E(X) = \frac{1}{10}$
 D. $E(X) = 5$

BOURZIK

Question31 : Une urne contient a boule blanche et b boule noire.

On effectue des tirages successifs en remettant à chaque fois la boule tirée.

Soit Ω l'univers correspondant à cette épreuve et X la variable aléatoire égale au rang d'apparition de la première boule blanche. On a alors :

- A. $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$ et $P(X = k) = \left(\frac{b}{a+b}\right)^k \left(\frac{a}{a+b}\right)$ et $E(X) = \frac{a}{a+b}$
 B. $X(\Omega) = \mathbb{N}^*$ et $P(X = k) = \left(\frac{a}{a+b}\right) \left(\frac{b}{a+b}\right)^{k-1}$ et $E(X) = \frac{a+b}{a}$
 C. $X(\Omega) = \mathbb{N}$ et $P(X = k) = \left(\frac{b}{a+b}\right)^k \left(\frac{a}{a+b}\right)$ et $E(X) = \frac{b}{a+b}$
 D. aucune des réponses précédente n'est juste.

Question32 : Si dans un groupe (G, \bullet) on a : $\forall a, b \in G \quad (a \bullet b)^{-1} = a^{-1} \bullet b^{-1}$ alors :

- A. (G, \bullet) est finie
 B. (G, \bullet) est cyclique
 C. (G, \bullet) est abélien
 D. aucune des réponses précédente n'est juste

Question33 : (G, \bullet) un groupe abélien; $H = \{x \in G / x^2 = e\}$ et $K = \{x^2 / x \in G\}$

- A. H est un sous groupe mais K n'est pas un sous groupe de (G, \bullet)
 B. K est un sous groupe H mais n'est pas un sous groupe (G, \bullet)
 C. H et K sont des sous groupe de (G, \bullet)
 D. Ni H ni K n'est un sous groupe de (G, \bullet)

Question34 : Si pour tout réel θ on pose : $A_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ alors on a :

- A. $A_n A_m = A_n + A_m$
- B. $A_n A_m = A_n - A_m$
- C. $\forall n \in \mathbb{Z}, (A_n)^n = A_{n^2}$
- D. $A_\theta = (A_\theta)^{-1}$

EXERCICE2 :

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ une matrice d'ordre 3 et $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question35 : la matrice A vérifie :

- A. $A^3 = A^2 + 2A$
- B. $A^3 = -A^2 + 2A$
- C. $A^3 = A + I$
- D. $A^3 = A - I$

BOURZIK

Question36 : L'ensemble $M_3(\mathbb{R})$ est :

- A. un \mathbb{R} -espace vectoriel de dimension 9
- B. un anneau commutatif pour les lois d'addition et de multiplication des matrices
- C. un groupe pour la loi de multiplication des matrices
- D. un anneau intègre

Question37 : Parmi les assertions suivantes laquelle est vraie :

- A. la famille (A, A^2) est libre dans $M_3(\mathbb{R})$
- B. la famille (A, A^2) est génératrice de $M_3(\mathbb{R})$
- C. la famille (A, A^2) n'est ni libre ni génératrice de $M_3(\mathbb{R})$
- D. la famille (I, A, A^2) est liée

Question38 : Sachant que pour tout entier naturel non nul n il existe deux réels a_n et b_n tels que $A^n = a_n A + b_n A^2$; alors on a :

- A. $a_1=0$ et $b_1=1$ et $a_{n+1}=2b_n$ et $b_{n+1}=a_n+b_n$
- B. $a_1=1$ et $b_1=0$ et $a_{n+1}=2b_n$ et $b_{n+1}=a_n+b_n$
- C. $a_1=1$ et $b_1=1$ et $a_{n+1}=a_n+b_n$ et $b_{n+1}=b_n-a_n$
- D. aucune des trois propositions précédente n'est juste.

Question39 : La suite (a_n) vérifie :

A. $a_n = \frac{1}{6} \cdot 2^n - \frac{2}{3} \cdot (-1)^n$

B. $a_n = \frac{1}{6} \cdot 2^n + \frac{2}{3} \cdot (-1)^n$

C. $a_n = \frac{1}{6} \cdot 2^n + \frac{2}{3}$

D. a_n a une autre expression autre que les trois expressions précédentes

BOURZIK

Question40 : L'expression de A^n en fonction de A et A^2 est :

A. $A^n = \left(\frac{2^n}{6} - \frac{2}{3} \cdot (-1)^n \right) A + \left(\frac{2^n}{6} + \frac{(-1)^n}{3} \right) A^2$

B. $A^n = \left(\frac{2^n}{6} + \frac{2}{3} \cdot (-1)^n \right) A + \left(\frac{2^n}{6} + \frac{(-1)^n}{3} \right) A^2$

C. $A^n = \left(\frac{2^n}{6} + \frac{2}{3} \right) A + \left(\frac{2^n}{6} + \frac{1}{3} \right) A^2$

D. une autre expression autre que les trois expressions précédentes

FIN.