الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي	الفرض المحروس 2 المدة: ساعتان	الثانية علوم رياضية

الجزء A :(5ن)

نعتبرالدالة العددية h المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي: $h(x)=\frac{x}{1+x^2}+\frac{1}{x}-2\text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$

1. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to0^+} h(x)=+\infty$
2. تحقق من أنه لكل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $h'(x)=\frac{x^2-1}{x^2(1+x^2)^2}$
3. تأكد من أن $h(1)=\frac{3-\pi}{2}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة h على المجال $]0;+\infty[$.
4. بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$, ثم تحقق من أن $\frac{\sqrt{3}}{3}\prec\alpha\prec1$
5. حدد إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

الجزء B (1.5ن)

1 . بين أن: $\forall t\in]0;+\infty[:\ \frac{t}{1+t^2}\prec \text{Arc}\tan t\prec t$

2 . استنتج أن : $\lim\limits_{t\to0^+}\frac{\text{Arc}\tan t-t}{t^2}=0$

الجزء C : (10.5ن)

نعتبرالدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=x-x^2\text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right);x\neq0$ و $f(0)=0$

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. بين أن f دالة فردية.
2. بين أن f متصلة على اليمين في 0.
3. بين أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0, وأن $f'_d(0)=1$,ثم أول النتيجة هندسيا .
4. بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ (يمكنك وضع $t=\frac{1}{x}$ واستعمال السؤال 2) من الجزء B).
5. تحقق من أن $\forall x\in]0;+\infty[:f'(x)=xh(x)$
6. بين أن f تزايدية قطعا على $[0;\alpha]$وتناقصية قطعا على $[\alpha;+\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$.
7. بين أن : $f(\alpha)=\frac{\alpha}{2(1+\alpha^2)}$
8. a . بين أن $\forall x\in]0;+\infty[:f(x)\prec x$, ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى(C_f)والمنصف الأول $(\Delta):y=x$ على المجال $]0;+\infty[$

   b . ليكن x من $[0;+\infty[$ تحقق من أن : $f(x)=x\Leftrightarrow x=0$
9. حدد الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة f,ثم أنشئ (C_f) على $\mathbb{R}$ في المعلم$(O;\vec{i};\vec{j})$.

   (نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=5cm$ و $\alpha\simeq0,7\ ;\ f(\alpha)\simeq0,3$ (نقبل أن للمنحنى نقطة انعطاف أفصولها يقارب $\frac{6}{5}$)
10. ليكن g قصور f على المجال $I=[\alpha,+\infty[$.

    a) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده.

    b) بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق على $]0;f(\alpha)[$ وحدد $(g^{-1})'\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$.

    c) أنشئ $(C_{g^{-1}})$ في المعلم$(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء D: (3ن) نعتبرالمتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $u_0=\alpha$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}:0\prec u_n\leq\alpha$.
2. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.
3. استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب $\lim u_n$.