

الصفحة 1

مادة : الرياضيات
مدة الانجاز : H 3

امتحان تجريبي ماي 2012

تسياسة مسفرو
ثانوية أبي سالم العياشي
المستوى : 2 باك - ع - فيزيائية

سالم التنقيط	التمرين الأول : (4 نقط)
1.5	المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (1) أثبت أن المعادلة : $(E): z^2 + 4z + 8 = 0$ تقبل حلين مختلفين a و d حيث $\text{Im}(d) > 0$ وتحقق أن : $a^{2012} - d^{2012} = 0$
0.5	(2) نعتبر النقط A و B و D ذات الألفاق على التوالي $a = -2 - 2i$ و $b = 2$ و $d = -2 + 2i$ أ/ حدد النقطة C لكي يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع
0.5	ب/ حدد z_E لحق النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B وزاويته $-\frac{\pi}{2}$
0.5	ج/ حدد z_F لحق النقطة F صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه D وزاويته $\frac{\pi}{2}$
1	(3) أثبت أن : $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$ واستنتج أن المثلث AEF متساوي الساقين وقام الزاوية
	التمرين الثاني : (نقطتين)
1	(1) حل المعادلة التفاضلية (E) التالية : $y'' - 2y' + y = 0$
0.5	(2) حدد الحل f للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق الشرطين : $f(0) = 1$ و $f'(0) = 4$
0.5	(3) استنتج قيمة التكامل : $I = \int_0^1 (3x+1)e^x dx$
	التمرين الثالث : (3 نقط و نصف)
1.5	في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق المعادلة : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 19 = 0$ ولتكن القطة $A(5, 3, 1)$ والمتجهة $\vec{u}(2, 1, 0)$
1.5	(1) بين أن (S) فلكة محدد مركزها Ω وشعاعها r وتحقق أن A تنتمي إلى الفلكة (S)
0.5	(2) أعط معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من A والمتجهة \vec{u} منظمه عليه
0.5	(3) أ/ أحسب المسافة $d(\Omega, (P))$
0.5	ب/ استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C) شعاعها $\sqrt{5}$
0.5	ج/ حدد مركز الدائرة (C)

مسألة : (11 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{1+x \ln x} ; x > 0 \\ f(x) = x\sqrt{1-x} ; x \leq 0 \end{cases}$$
 و ليكن (C) منحناها في معلم

متعامد منظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$)

1) أ/ بين أن الدالة f متصلة في 0

ب/ أدرس اشتقاق f في 0 وأول هندسيا النتيجة

0.5
1

2) أ/ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول مبيانيا النتيجة

ب/ أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وحدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $-\infty$

0.5
0.5

3) أحسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty; 0[$ وحدد إشارتها

0.5

4) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بمايلي : $g(x) = 1 + x \ln x$

أ/ حدد تغيرات g على $]0; +\infty[$ و بين أن $g(x) > 0$ $\forall x \in]0; +\infty[$

1

ب/ بين أن : $f'(x) = \frac{1-x}{(g(x))^2}$ $\forall x \in]0; +\infty[$ واستنتج إشارة $f'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

1

5) أعط جدول تغيرات f

0.5

6) أ/ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ على المجال $]0; +\infty[$

0.5

ب/ أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C)

1

ج/ أحسب حجم مجسم الدوران الذي يولده منحنى الدالة $x \rightarrow x\sqrt{1-x}$ على المجال $]-1; 0[$ إذا دار دورة كاملة حول محور الأفاصيل .

1

7) لتكن الدالة h قصور الدالة f على المجال $]0; 1[$

أ/ بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده

0.5

ب/ أحسب $h\left(\frac{1}{e}\right)$ و $(h^{-1})'\left(\frac{1}{e-1}\right)$

0.75

ج/ أنشئ في نفس المعلم منحنى الدالة العكسية h^{-1}

0.25

8) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} = h(u_n) \end{cases}$$

أ/ بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}; 0 < u_n \leq 1$

0.5

ب/ أدرس رتبة المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة

0.5

ج/ أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

0.5