التمرين 1 :

الجزء الأول : لتكن φ الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathcal{D}=]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$ بما يلي:

$$\forall x\in\mathcal{D}\ :\ \varphi(x)=\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)-\frac{2}{x+2}$$

1. أدرس تغيرات الدالة φ ، ثم استنتج أن :

$$\forall x\in\mathcal{D}\ :\ \varphi(x)>0$$

2- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية على الدالة $x\mapsto \ln|x|$ على المجال $[x;x+2]$

بين من جديد أن : $\forall x\in\mathcal{D}\ :\ \varphi(x)\succ 0$

الجزء الثاني : لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathcal{D}\cup\{0\}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{2}\ln\left(1+\dfrac{2}{x}\right)\ ;\ x\neq 0\\ f(0)=0\end{cases}$$

1. أدرس اتصال وقابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0 .
2. أحسب نهايات f عند محدات المجموعة $\mathcal{D}\cup\{0\}$.
3. أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathcal{D}$ ، ثم أعط جدول تغيرات f.
4. أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.
5. لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$g(x)=f(-2-x)$$

أ- حدد $\mathcal{D}_g$ حيز تعريف الدالة g .

ب- بين أن النقطتان $M(x,g(x))$ و $M'(-2-x,f(-2-x))$ متماثلتان بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x=-1$ واستنتج أن المنحنيين $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ متماثلان بالنسبة للمستقيم $(\Delta)\ :x=-1$

جـ- أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_g)$ في المعلم السابق.

التمرين 2

نعتبر الدالة العددية f بحيث : $g(x)=x\operatorname{Arctan}\left(\dfrac{x}{\sqrt{x}+1}\right)$

1) حدد D_g

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

3) ادرس قابلية إشتقاق g على يمين في $x_0=0$

4) حدد $g'(x)$ لكل x من D_g

5) أعط جدول تغيرات g

6) بين أن $\forall x\in\mathbb{R}_+^*\quad \dfrac{\pi}{2}x-g(x)=x\operatorname{Arctan}\left(\dfrac{\sqrt{x}+1}{x}\right)$

7) استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى (C_g)

8) بين أن g تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال I يجب تحديده.

9) أنشئ (C_g) و $(C_{g^{-1}})$

10) نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي

$$h(x)=\operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{\sqrt{x}+1}\right)+\frac{x\left(\sqrt{x}+2\right)}{2\left(x^2+\left(\sqrt{x}+1\right)^2\right)}+\frac{2x}{x^2+1}$$

حدد مجموعة الدوال الأصلية للدالة h على المجال $]0;+\infty[$

ذ. محمد الشرقاوي