الفــرض3 في الريــاضيــات	ثانوية ابن خلدون فاس	القسم: 2باك علوم رياضية المدة :ســاعتـــان (2س) التاريخ: 22دجنبر 2011 ذ.العمراني

تمرين أول:

جزء1

نعتبر العدد العقدي j المعرف ب $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

0.5 1. اكتب j على شكله المثلثي.

1.5 2. استنتج أن $j^2=\bar{j}$ ثم حدد j^n لكل n من $\mathbb{Z}$.

1 3. دون القيام بأية عملية حسابية بين أن j جدر للحدودية X^2+X+1 في $\mathbb{C}$ ثم حدد جدرها الاخر.

1 4. بين ان $j^{2n}+j^n\in\mathbb{R}\quad \forall n\in\mathbb{Z}$.

جزء2

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية

$$(E): 2Z^2+\left(i\sqrt{3}-1\right)Z-i\sqrt{3}-1=0$$

1.5 1. حل المعادلة في $\mathbb{C}$.

2. لتكن $A(1)$ و $C'(j)$ و $C(\bar{j})$ في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O,\vec{e}_1,\vec{e}_2)$.

1.5 أ. بين أن النقط A و C' و C غير مستقيمية ومتداورة .

1.5 ب. بين أن المثلث ACC' متساوي الاضلاع .

تمرين ثاني

m عدد عقدي غير منعدم

جزء أول :

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z

$$(E_m): Z^2+\left[(1-i)m-4\right]Z-im^2-2(1-i)m+4=0$$

0.5 1. تحقق أن $z_1=-m+2$ حل للمعادلة (E_m)

2. ليكن z_2 الحل الثاني للمعادلة (E_m)

0.5 ا بين أن $z_1z_2=1\Leftrightarrow im^2+2(1-i)m-3=0$

1.5 ب حدد قيمتي m بحيث $z_1z_2=1$

جزء ثاني :

المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد وممنظم ومباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر التطبيق S الذي يربط كل نقطة $M(z)$ من المستوى العقدي بالنقطة $M'(z')$ حيث $z'-1=-(z-1)$ ولتكن $M''(z'')$ حيث $z''=iz+2$

0.5 1. بين أن التطبيق S هو التماثل المركزي الذي مركزه النقطة ذات اللحق 1

2. نفترض أن النقطة M تخالف النقطة O أصل المعلم ولتكن $A(2)$

1 ا احسب $\frac{z''-2}{z'-2}$ واستنتج طبيعة المثلث $AM'M''$

2 ب حدد مجموعة النقط M بحيث تكون النقط A و Ω و M' و M'' متداورة

تمرين ثالث :

ليكن a و b عددين حقيقيين موجبين قطعا. نعتبر المتتالية المعرفة بما يلي $\forall n\in IN, u_{n+1}=\frac{1}{2}\left(u_n+\frac{a}{u_n}\right), u_0=b$

1 1. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*, u_n\geq\sqrt{a}$.

1 2. بين أن (u_n) تناقصية وادرس تقاربها.

3. نضع $\forall n\in IN\quad v_n=u_n-\sqrt{a}$

1.5 ا بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*\quad v_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}v_1$

0.5 ب استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

1.5 4. باستعمال الدالة f المعرفة ب $\forall x\neq 0,\ f(x)=\frac{x^2+a}{2x}$ اوجد نهاية (u_n) .