

المادة : الرياضيات	الشعبة : العلوم تجريبية - مسلك علوم الحياة والأرض -	ثا .محمد بن الحسن الوزاني
الأستاذ : علي الشريف	مسلك علوم الفيزيائية - مسلك العلوم الزراعية	نيابة الخميسات
المعامل : 7	إمتحان تجريبي للسنة الثانية باكالوريا رقم 4	مدة الإنجاز : 3 ساعات

أضبط ساعتك و أنجز هذا الإمتحان في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع احترام ضوابط و طقوس الإمتحان

التمرين الأول :

2,5

نعتبر النقطتين $A(1,0,2)$ و $B(1,-1,1)$, ليكن (D) المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(1,1,1)$.
ليكن (P) المستوى المار من B و المتضمن للمستقيم (D) .

- 1) أكتب معادلة ديكرتية للفلكة (S) التي أحد أقطارها $[AB]$ و أكتب معادلة ديكرتية للمستوى المماس للفلكة (S) في النقطة A .
- 2) حدد تقاطع الفلكة (S) و المستوى (P) .

التمرين الثاني :

4

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط A و B و C و D و E التي ألقاها على التوالي :

$$z_E = -4 ; z_D = 2 ; z_C = -3 ; z_B = 3+i ; z_A = 1-i$$

نعتبر التطبيق f الذي يربط كل نقطة M لحقها z بالنقطة M' ذات اللحق z' بحيث : $z' = (1+i)z + 1$

- 1) حدد A' و B' صورتى النقطتين A و B بالتطبيق f على التوالي .
- 2) أ- بين أن $OMEM'$ متوازي الأضلاع إذا و فقط إذا كان : $z^2 - 3z + 3 = 0$
ب- حل في المجموعة C المعادلة : $z^2 - 3z + 3 = 0$
3) أ- عبر عن $z' + 4$ بدلالة $z - 2$.
ب- أستنتج أن $|z' + 4| = |z - 2|^2$ ثم عبر عن $\arg(z' + 4)$ بدلالة $\arg(z - 2)$.
- ج- بين أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى الدائرة التي مركزها D و شعاعها 2 فإن النقطة M' صورة النقطة M بالتطبيق f تنتمي إلى دائرة يبغي تحديد مركزها و شعاعها .

التمرين الثالث :

2,5

ليكن A و B حدثين بحيث : $P(A) = 0,4$ و $P(B) = 0,5$.

أحسب $P(\bar{A} \cup B)$ و $P_A(A \cap B)$ و $P_B(\bar{A})$ في الحالات التالية :

- 1) A و B حدثان مستقلان
- 2) A و B حدثان غير منسجمين .
- 3) $P(A \cup B) = 0,8$.

التمرين الرابع :

2

نعتبر المعادلتين التفاضليتين : (1) $y'' - 2y' + 3y = 0$ و (2) $z'' + 2z = 0$ نضع لكل x من IR : $y = z.e^x$

- 1) بين أن y حل للمعادلة التفاضلية (1) إذا و فقط إذا كان z حلا للمعادلة (2) .
- 2) حدد حلول المعادلة (1) .
- 3) حدد f حل المعادلة (1) الذي يحقق : $f(0) = 1$ و $f'(0) = -2$.

مسألة :

11

I) نعتبر الدالة g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = e^x - x - 1$

- 1) أحسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم أستنتج منحنى تغيرات الدالة g .
- 2) بين أن : $g(x) \geq 0$ لكل x من IR (لاحظ أن $g(0) = 0$)
- 3) بين أن : $g(-x) = e^{-x}(1 + (x-1)e^x)$ لكل x من IR ثم أستنتج أن : $1 + (x-1)e^x \geq 0$; $\forall x \in IR$

II) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = g(u_n)$; $(\forall n \in IN)$.

- 1) بين بالترجع أن : $0 \leq u_n \leq 1$; $(\forall n \in IN)$

(2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

(3) أستنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

(I I I) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x - 1 - \frac{x}{e^x - x - 1}$$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 1cm)

(1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو : $D =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

(2) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ لاحظ أن : $\forall x \in D; f(x) = x - 1 - \frac{1}{\frac{e^x}{x} - \frac{1}{x} - 1}$

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ لاحظ أن : $\forall x \in D; f(x) = x - 1 - \frac{1}{\frac{e^x - 1}{x} - 1}$

(3) أ- بين أن : $\forall x \in D; f'(x) = 1 + \frac{1 + (x-1)e^x}{(e^x - x - 1)^2}$

ب- بين أن $\forall x \in \mathbb{R}^*; f'(x) > 0$ ثم أستنتج جدول تغيرات الدالة f .

(4) أ- بين أن : $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - x) = 0$ ثم أستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 1) = 0$ ثم أستنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

(5) أ- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]1, 2[$ بحيث $f(\alpha) = 0$.

ب- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد β من المجال $] -2, -1[$ بحيث $f(\beta) = 0$.

ج- أستنتج أن : $e^\beta - \beta - 1 = \frac{\beta}{\beta - 1}$

(6) أنشئ (D) و (Δ) و (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) (نأخذ $\alpha \approx 1,65$ و $\beta \approx -1,29$)

(7) أ- بين أن : $\int_{-1}^{\beta} \left(1 + \frac{x}{e^x - x - 1}\right) dx = 1 + \ln\left(\frac{\beta}{\beta - 1}\right)$ (لاحظ أن $1 + \frac{x}{e^x - x - 1} = \frac{e^x - 1}{e^x - x - 1}$)

ب- أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيمت التي معادلته على التوالي :

$$y = x \text{ و } x = \beta \text{ و } x = -1$$