تمرين رقم 01:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(1)=a$ و $f(x)=\dfrac{x^2\sqrt{x+3}-2}{1-x^2}, x\neq 1$ ، حيث $a\in\mathbb{R}$.

1)- حدد D_f ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)- ما هي قيمة a التي لأجلها تكون الدالة f متصلة في $x_0=1$ ؟

تمرين رقم 02:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(2)=\dfrac{-1}{2}$ و $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{|x^2-5|-1}, x\neq 2$.

1)- حدد D_f ، ثم بين أن f متصلة في $x_0=2$.

2)- احسب كل نهاية مما يلي : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

3)- بين أن f متصلة على $]-\infty,-\sqrt{6}[$ و $]-\sqrt{6},-2[$ و $]-2,\sqrt{6}[$ و $]\sqrt{6},+\infty[$.

تمرين رقم 03:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f:x\mapsto\begin{cases}\dfrac{\sqrt{3+\sin x+\cos x}-2}{x}, x>0\\ ax+\sqrt{x^2+x+1}, x\leq 0\end{cases}$ ، حيث $a\in\mathbb{R}$.

1)- احسب كل نهاية مما يلي : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)- بين أن f متصلة على كل مجال من المجالين $]0,+\infty[$ و $]-\infty,0[$.

3)- هل الدالة f متصلة على $\mathbb{R}$ ؟ علل جوابك .

تمرين رقم 04:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x)=x^4+x^2+ax-2$ ، حيث $a\in\mathbb{R}^{*+}$.

1)- بين أن المعادلة : $(E): f(x)=0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $[-1,2]$.

2)- هل حل المعادلة (E) في المجال $[-1,2]$ وحيد ؟ علل جوابك .

تمرين رقم 05:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x)=x^4-6x^2+x+1$.

1)- بين أن المعادلة : $(E): f'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]-1,1[$.

2)- استنتج أن المعادلة : $(F): f(x)=0$ تقبل بالضبط حلين اثنين في المجال $]-1,1[$.

تمرين رقم 06:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[1,+\infty[$ بما يلي :

$f(x)=x^2-2x\sqrt{x}+x+2$.

1)- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $[2,+\infty[$.

ب- استنتج أنه يوجد عنصر وحيد a من $[1,+\infty[$ بحيث : $a^2+a=2a\sqrt{a}+3$.

3)- أ- بين أن : $\left(\forall x\in[2,+\infty[\right), f^{-1}(x)=\left(\dfrac{1}{2}+\sqrt{\dfrac{1}{4}+\sqrt{x-2}}\right)^2$.

ب- استنتج القيمة المضبوطة للعدد a .

تمرين رقم 07:

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,1]$ بما يلي :

$f(0)=\dfrac{-1}{2}$ و $f(x)=\dfrac{-1+\sqrt{1-x}}{x}, x\neq 0$.

1)- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم بين أن f متصلة في الصفر .

2)- بين أن f متصلة على المجالين $]-\infty,0[$ و $]0,1]$. ماذا تستنتج ؟

3)- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

ب- احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

4)- بين أن المعادلة : $(E): f(x)=\dfrac{1}{2}x-1$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $]-\infty,1]$ و أن $a\in]0,1[$.

تمرين رقم 08:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$.

1)- حدد D_f ، ثم احسب نهايات f عند محدات D_f .

2)- بين أن f متصلة على كل مجال من المجالين $]0,1[$ و $]1,+\infty[$.

3)- أ- بين أن : $(\forall x\in]0,1[\cup]1,+\infty[), f'(x)=\dfrac{x+1}{2\sqrt{x}(x-1)^2}$.

ب- ضع جدول تغيرات f على D_f .

4)- بتطبيق مبرهنة القيم الوسيطية بين أن المعادلة : $(E): f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $\left]\dfrac{5}{4},2\right[$.

5)- لتكن g قصور الدالة f على المجال $]1,+\infty[=I$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

ب- احسب كل نهاية مما يلي : $\lim\limits_{x\to+\infty} g^{-1}(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} g^{-1}(x)$.

ج- بين أن : $g^{-1}(a)=g(a)$.

تمرين رقم 09:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $]-1,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{1-x^3}{1+x^3}$.

1)- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$.

2)- أ- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

ب- احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين رقم 10:

✓ احسب كل نهاية مما يلي :

$\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-\sqrt{x^2+x+1}\right)$ و $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{2\left(1-\sqrt{x}\right)}-\dfrac{1}{3\left(1-\sqrt[3]{x}\right)}$.

تمرين رقم 11:

⇦ لتكن a و b و c من $\mathbb{R}^{*+}$ بحيث : $a+b\le c$.

✓ بين أنه إذا كان : $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{c}$ فإن $(a+b-c)^3+27abc=0$.

تمرين رقم 12:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي : $f(x)=1-x\sqrt[3]{x}$.

1)- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

2)- حدد $f^{-1}\left([-15,0]\right)$.

3)- احسب $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين رقم 13:

✓ احسب كل نهاية من النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt[3]{x^3-\sqrt{x^2+60}}}{\sqrt{x^2-\sqrt[3]{x^2+60}}}$ ، $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt[3]{x^2}-x}{x}$ و $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{\sqrt[3]{x}+x-2}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt{x-1}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\sqrt[3]{\frac{1+8x}{x^4}}}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt[3]{1-x^3}-\sqrt[4]{x^4-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x+2}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[3]{x-1}}$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^4+x-3}}{x}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{2x^3-x}-\sqrt[3]{x^3+2x}}{x}$

تمرين رقم 14:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$f(x)=x^3-3x+1$.

1)- بين أن المعادلة : $(E): f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $\left[\sqrt[3]{2},+\infty\right[$.

2)- بين أن المعادلة : $(F): f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا b في المجال $]a,+\infty[$.

3)- بين أنه : $(\exists c\in]0,a[), \sqrt[3]{c+2}.f(c)=2c-a$.

Bon courage et bonne Chance