



ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ
ԿՐԹԱԿԱՆ ԵՎ ԳՐԱԿԱՆ
ՎԵՐԿՆԵՐԱԿԱՆ
ԿՐԹԱԿԱՆ ԵՎ ԳՐԱԿԱՆ



الهيئة التمهيدية
وزارة التربية والتعليم
والتدريب العالي والبحث العلمي

مباراة الدخول الى مسالك التكوين بمركز تكوين مفتشي التعليم
مسلك تكوين المفتشين التربويين للتعليم الثانوي التاهيلي من الدرجة الاولى
دورة 24 - 25 نونبر 2018

اختبار في بيداغوجيا التخصص
(تخصص: الرياضيات)

المعامل 2

مدة الإنجاز : ساعتان

Consignes générales

L'épreuve est constituée de trois situations indépendantes les unes des autres. Le candidat est libre de traiter le sujet dans l'ordre qui lui convient à condition de bien mentionner les références complètes de chaque question traitée.

Il sera tenu compte, dans l'appréciation des copies de la rigueur de votre raisonnement, de la clarté de la rédaction et du soin apporté à la présentation de votre copie.

Le candidat peut utiliser les résultats énoncés dans les questions précédentes, il veillera toutefois à mentionner la référence du résultat utilisé.

Les calculatrices et tout matériel électronique ainsi que les documents sont interdits lors de cette épreuve.

Important

Si le candidat repère ce qu'il pense être une erreur de l'énoncé, il le signale sur sa copie en expliquant les raisons qui l'ont amené à le penser. Ceci ne doit pas l'empêcher de finir son épreuve et il a le choix d'adopter les rectifications qu'il croit nécessaires ou pas.

الوضعية 3	الوضعية 2	الوضعية 1
5,5	10	4,5



الوضعية 1: (4,5 نقطة)

اقترح أستاذ على تلامذته الوضعية التالية :

باعتبار الشكل الهندسي التالي:

حيث ABC مثلث قائم الزاوية في B و $(AE) \parallel (BF)$.

(1) بين أن : $a = \frac{x}{1 + \sqrt{1 + x^2}}$

(2) استنتج أن :

(*) $(\forall x \in \mathbb{R}) \text{Arc tan}\left(\frac{x}{1 + \sqrt{1 + x^2}}\right) = \frac{1}{2} \text{Arc tan}(x)$

المطلوب من المترشح :

- (1) ما هو المستوى المستهدف بهذه الوضعية ؟
- (2) ما المعارف و المهارات اللازمة لحل هذه الوضعية ؟
- (3) ما الصعوبات التي تعترض المتعلم عند إنجاز هذه الوضعية ؟
- (4) أنجز (ي) حلا لهذه الوضعية في إطارها الهندسي ؟
- (5) هل يتيح الإطار الهندسي استيعاب الاستنتاج المطروح ؟ (علل (ي) جوابك)
- (6) أنجز (ي) استدلالا للعلاقة (*) في الإطارين :
 - (a) المثلثي.
 - (b) التحليلي.
- (7) اذكر (ي) بعض المتغيرات الديدانكتيكية المرتبطة بهذه الوضعية.
- (8) اقترح (ي) مسألة رياضياتية في إطار جبري يتم حلها في إطار هندسي.

Situation 2 /

Un enseignant de mathématiques propose à ses élèves en 2^{ème} année du baccalauréat sciences mathématiques un exercice dans un devoir libre (à la maison) dont l'énoncé est le suivant :

- 1) Montrer que tout facteur premier impair, dans la décomposition du nombre entier $a^2 + 1$, est de la forme $4k + 1$ où k est entier.
- 2) On considère dans \mathbb{Z}^2 , l'équation (E) : $x^2 - y^3 = 7$.
Soit S l'ensemble des solutions de (E).
- a - Montrer que si $(x; y)$ est solution de (E), alors y est impair.
b - En déduire que l'équation n'admet pas de solution «entière».

• QUESTIONS A :

- 1) Quels sont les savoir-faire que l'on doit mettre en œuvre pour réussir ce problème ?
- 2) Quelles critiques portez-vous à la forme des énoncés (de ce texte) ?
- 3) Le problème est-il en conformité avec le programme du niveau visé ?
- 4) Précisez les consignes que le professeur pourra mettre en avant pour aider ses élèves à résoudre ce problème ?
- 5) Indiquez l'intérêt de la question 1) quant à la suite du problème en justifiant sa nécessité.
- 6) Le professeur fait passer un élève au tableau pour exposer sa solution.
• A la première question 1) la performance de l'élève est la suivante :

«Raisonnons par l'absurde. Supposons que $p = 4k + 3$ et $p \mid a^2 + 1$ et p premier ; alors $a^2 \equiv -1 \pmod{p}$. Ce qui est en contradiction avec le petit théorème de Fermat. Donc tout diviseur premier impair de $a^2 + 1$ est de la forme $4k + 1$ »

• QUESTIONS B :

Expliquez pourquoi il y a contradiction et détaillez la solution proposée.

- 7) Au premier volet de la deuxième question 2) a - La réponse du même élève est la suivante :

« 2) a - $(x; y) \in S \Leftrightarrow x^2 - y^3 = 7$
Par l'absurde si $y = 2k$ (où $k \in \mathbb{Z}$), alors le reste de la division euclidienne de x^2 par 8 ne sera jamais égal à 7 ; donc y est impair ».

• QUESTIONS C :

- a - Que pensez-vous de la réponse de cet élève ?
 b - La solution proposée est-elle correcte ? Si oui, quels détails proposez-vous pour qu'elle soit compréhensible par toute la classe ?

8) Voici la solution de l'élève à la question 2) b) :

«Posons $y = 2m + 1$ avec $m \in \mathbb{Z}$. Alors :

$$\begin{aligned} (x;y) \in S &\Leftrightarrow x^2 + 1 = y^3 + 2^3 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 1 = (y + 2)(y^2 - 2y + 4) \\ &\Leftrightarrow x^2 + 1 = (y + 2)(4m^2 + 3) \\ &\Leftrightarrow 4m^2 + 3 \mid (x^2 + 1) \end{aligned}$$

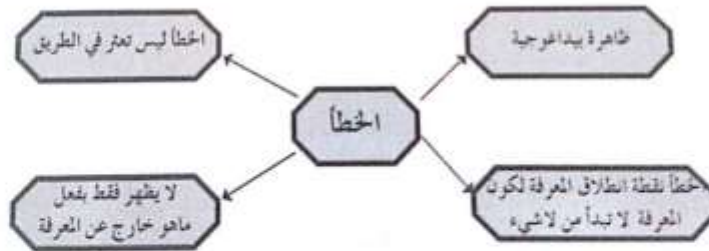
Ce qui est en contradiction avec le résultat de la question 1)
 Donc l'équation (E) n'admet pas de solution dans \mathbb{Z}^2

• QUESTIONS D :

- a - Pouvez-vous situer le niveau de (performance de) l'élève ?
 b - Quels sont les points à détailler ou à expliciter dans la solution exposée ?
 c - Proposez une autre formulation du problème pour qu'il soit accessible par la majorité des élèves.
 d - Donnez une solution à ce problème après en avoir fait sa modification.

الوضعية 3 / 5.5

1) المخطط التالي يظهر وجهة نظر ياشلار في الخطأ



انطلاقاً من هذا المخطط وضح وجهة نظر ياشلار حول الخطأ، اعط تفسيراً دقيقاً لأهمية بيداغوجية الخطأ.

2- هذه بعض الأسئلة المنتقاة من تمارين تم اقتراحها من طرف أساتذة مصحوبة بأجوبة تلاميذ ارتكبوا أخطاء عند الإجابة.

سؤال 1 : أحسب : $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{(x-1)^2(x-2)}$

جواب التلميذ

نضع : $u(x) = (x-1)^2(x-2)$ لدينا : $\lim_{x \rightarrow 1} u(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{u(x)} = \sqrt{0} = 0$

(لأن الدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ متصلة في $x_0 = 0$)

ومنه : $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{(x-1)^2(x-2)} = 0$

سؤال 2 : بين أن المعادلة $x^3 - 3x - 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $[0;3]$.

جواب التلميذ

نضع : $f(x) = x^3 - 3x - 4$ لدينا f متصلة على $[0;3]$ ، ولأن $f(0) = -4$ و $f(3) = 14$

و بما أن f تزايدية قطعاً على $[0;3]$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً على $[0;3]$.

سؤال 3 : أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$

جواب التلميذ B

نضع $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad a_n = 1 - \frac{1}{n}$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ بما أن :

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n)^n = 1$ فإن :

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = 1$ أي :

جواب التلميذ A

نضع $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad a_n = 1 - \frac{1}{n}$

$0 \leq a_n < 1$ بما أن :

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^n = 0$ فإن :

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = 0$ أي :

سؤال 4 : نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$ أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

لدينا :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} = 0 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2+n^2}} = 0 \\ \vdots \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} = 0 \end{array} \right.$$

وبجمع طرف بطرف نحصل على أن $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

(a) أكتشف (ي) عن الخطأ الوارد في كل جواب محدد (ة) مصدره والأسباب المؤدية إليه.

(b) حدد (ي) الإجراءات الكفيلة بمعالجة ودعم كل تلميذ حسب الخطأ المرتكب (وضح كيفية تجاوز الخطأ).