Exercice N°1 :

Soit ABC un triangle, et soient les points A', B' et C', barycentres respectivement des systèmes pondérés, $\{(A,2);(B,-3)\}$; $\{(A,-2);(C,1)\}$ et $\{(B,3);(C,-1)\}$

1. Construire une figure convenable.
2. Montrer que pour tout point M du plan : $\overrightarrow{MA'}+\overrightarrow{MB'}-2\overrightarrow{MC'}=\vec{0}$.
3. En déduire que les points A', B' et C' sont alignés.

Exercice N°2 :

Soit ABC un triangle. Les points I et J sont respectivement, les barycentres des systèmes pondérés : $\{(B,2);(C,-3)\}$ et $\{(A,1);(C,-3)\}$.

1. Construire une figure convenable.
2. Ecrire les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
3. En déduire que les droites (AI) et (BJ) sont parallèles.

Exercice N°3 :

Soit ABC un triangle et soient les points I et J milieux respectifs, des segments $[AB]$ et $[IC]$.

Le point K étant l'intersection des droites (BJ) et (AC).

1. Montrer que J est le barycentre des points pondérés $(A,1)$, $(B,1)$ et $(C,2)$.
2. Soit L le barycentre du système $\{(A,1),(C,2)\}$.
   a. Montrer que les points B, J et L sont alignés.
   b. En déduire que $L=K$ et que : $\overrightarrow{AK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Exercice N°4 :

Soient E, F et G trois points tels que $7\overrightarrow{GF}=3\overrightarrow{GE}$

Déterminer les coefficients x et y dans les cas suivants :

1. $F=bar\{(E,x);(G,y)\}$.
2. $E=bar\{(F,x);(G,y)\}$
3. $G=bar\{(F,x);(E,y)\}$

Exercice N°5 :

Soit ABC un triangle. Déterminer les ensembles :

$(D)_1=\left\{M\in(P)/\left\|3\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|7\overrightarrow{MA}-5\overrightarrow{MC}\right\|\right\}$.

$(D)_2=\left\{M\in(P)/\left\|\overrightarrow{MA}+4\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right\|\right\}$.

Exercice N°7 :

Soit ABC un triangle, et soient les points I, J et K, barycentres respectifs des points pondérés, $\{(B,1);(C,2)\}$; $\{(A,2);(C,1)\}$ e $\{(A,4);(B,-1)\}$

1. Construire les points I, J et K.
2. Montrer que les points I, J et K sont alignés
3. On associe à chaque réel m, le point G_m du plan, barycentre des points pondérés $\{(A,2m);(B,1-m);(C,2-m)\}$.
   a. Vérifier l'existence du point G_m.
   b. Définir vectoriellement les points G_0, G_1 et G_2
   c. Démontrer que : $\overrightarrow{AG_m}=\frac{1-m}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2-m}{3}\overrightarrow{AC}$
   d. En déduire que : $\overrightarrow{JG_m}=\frac{1-m}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$
   e. Construire les points G_{-2}, G_7 et G_4.
   f. Déterminer l'ensemble des points G_m, lorsque m varie dans $\mathbb{R}$.

Exercice N°8 :

Soit A et B deux points distincts du plan et $k\in\mathbb{R}_+^*$

On se propose d'étudier l'ensemble E_k défini par:

$E_k=\left\{M\in(P)/\frac{MA}{MB}=k\right\}$.

1. Déterminer l'ensemble E_1.
2. On suppose que $k\neq 1$.
   Soient G_1 le barycentre du système $\{(A,1);(B,k)\}$ et G_2 celui de $\{(A,1);(B,-k)\}$.
   a. Justifier l'existence des points G_1 et G_2.
   b. Montrer que : $M\in E_k \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2-k^2\overrightarrow{MB}^2=0$.
   c. En déduire que : $M\in E_k \Leftrightarrow \overrightarrow{MG_1}\bullet\overrightarrow{MG_2}=0$ et la nature de l'ensemble E_k.
3. Application : On suppose que : $AB=3cm$. Déterminer et construire l'ensemble $E_2=\{M\in(P)/MA=2MB\}$.