الإشتقاق

التمرين ١

حدد مشتقة الدالة f في كل حالة :

$f(x)=4x^3-x^2+x+4$ $\quad$ $f(x)=(1-x^2)^5$

$f(x)=(1-x)(2-x)^2$ $\quad$ $f(x)=(x^2-x)^{\frac{3}{2}}$

$f(x)=(\frac{x-1}{x+1})^2$ $\quad$ $f(x)=\frac{1}{x^3-1}$ $\quad$ $f(x)=\frac{x-1}{x^2+1}$

$f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ $\quad$ $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ $\quad$ $f(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{x}$

$f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-4x+5}}$ $\quad$ $f(x)=(\sqrt{x}+2)^5$

$f(x)=\sqrt{(x^2+3x)^3}$ $\quad$ $f(x)=x^2\tan^3 x$

$f(x)=\sqrt{2+\cos x}$ $\quad$ $f(x)=x.\sin x$

$f(x)=\sin^2 x$ $\quad$ $f(x)=\sin x\cos^2 x$

$f(x)=\sin x+\sin 2x$ $\quad$ $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$

$f(x)=\frac{\sin x}{tgx}$ $\quad$ $f(x)=\frac{\tan x}{1+\sin x}$

التمرين ٢

باستعمال الدالة المشتقة, احسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+2)^{2006}-1}{x+1}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{2\sin x-\sqrt{2}}{x-\frac{\pi}{4}}$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}}\frac{2\cos x-\sqrt{2}}{x-\frac{\pi}{4}}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}}\frac{\tan x-\sqrt{3}}{x-\frac{\pi}{3}}$

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos^2 x-2\sin x-1}{x}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x+\sin x-1}{x}$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{\sin x-1}{x-\frac{\pi}{2}}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}}\frac{\tan^2 x-3}{x-\frac{\pi}{3}}$

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{3}}\frac{\cos^3 x-\frac{1}{8}}{x-\frac{\pi}{3}}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^n\sin a-a^n\sin x}{x-a}$

التمرين ٣

باستعمال التعريف احسب العدد المشتق للدالة f ثم استنتج معادلة المماس لمنحنى الدالة في النقطة ذات الافصول x_0 :

$f(x)=5x-3$ في $x_0=2$

$f(x)=5x^2$ في $x_0=-1$

$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ في $x_0=1$

$f(x)=\sqrt{(x-2)^2}$ في $x_0=2$.

التمرين ٤

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

$f(x)=\frac{1-\cos 3x}{\sin x}$ و $f(0)=0$.

1- حدد مجموعة تعريف الدالة f

2- بين أن f قابلة للاشتقاق في $x_0=0$

3- استنتج معادلة المستقيم المماس لمنحنى الدالة f عند $x_0=0$

التمرين ٥

احسب العدد المشتق على يمين وعلى يسار النقطة x_0 للدالة f في الحالتين :

$f(x)=x|x|-1$ عند $x_0=0$

$f(x)=|x^2-1|$ عند $x_0=1$

التمرين ٦

1- نعتبر الدالة $f(x)=\begin{cases}(x^2+3x+a).....x\geq 0\\ bx+1.....x\prec 0\end{cases}$

حدد قيم الأعداد a,b كي تكون الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0=0$

2- نعتبر الدالة $f(x)=\begin{cases}(2x^2+3x+1).....x\succ 0\\ ax+1.....x\leq 0\end{cases}$

حدد قيمة العدد a كي تكون الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0=0$

Legnzai

التمرين ٧

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي $f(x)=\frac{-1}{2}x^2+5$.

1- حدد العدد المشتق للدالة f في $x_0=1$

2- حدد الدالة التآلفية المقاربة للدالة f في $x_0=1$ ثم استنتج قيمة مقربة للعدد $f(0,9999)$ إلى 10^{-4} ؟

التمرين٨

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي $f(x)=x(x^2+1)^5$.

1- حدد مجموعة تعريف الدالة f

2- حدد الدالة المشتقة ثم استنتج تقريبا للعدد $f(0,035)$?

التمرين٩

نعتبر الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\begin{cases}(-\frac{1}{2}x^2+5).....x\le 2\\ \frac{x+1}{x-1}.....x\succ 2\end{cases}$$

1- ا- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين و على يسار النقطة $x_0=2$

ب- استنتج أن f قابلة للاشتقاق في $x_0=2$

2- استنتج معادلة المستقيم المماس لمنحنى الدالة f عند $x_0=2$

التمرين١٠

نعتبر الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$

بمايلي $f(x)=x-\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$

اثبت أن $f'(x)=\frac{2x+\sqrt{x}+1}{2x\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f

التمرين١١

استعمال الاشتقاق لتبيان بعض المتفاوتات

نعتبر الدالة $f(x)=x-\sin x$

1- أعط حيز تعريف الدالة

2- حدد الدالة المشتقة ثم ادرس تغيرات الدالة على $[0,+\infty[$

3- استنتج أن $\forall x\in[0,+\infty[\quad x\succ\sin x$

التمرين ١٢

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي $f(x)=x+\sqrt{x^2+2x}$

1- اعط حيز تعريف الدالة f

2- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$

3 - ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_1=0$ وعلى يسار $x_2=-2$

4- ا- اثبت أن $f'(x)=\frac{(x+1)+\sqrt{x^2+2x}}{\sqrt{x^2+2x}}$ لكل x من $]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$

ب- اثبت أن الدالة f تزايدية على $]0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,-2[$

ج- استنتج جدول التغيرات

التمرين١٣

شاحنة تقطع مسافة $200km$ بسرعة v مقدرة بـ km/h

الشاحنة تستهلك : $\left(5+\frac{v^2}{320}\right)l/h$ من الوقود .

ثمن الوقود هو $10\ DH$ للّتر الواحد و يتقاضا السائق أجرتا تقدر بـ $50\ DH$ في الساعة .

1) نسمي t زمن الرحلة .عبر عن t بدلالة v.

2) احسب الكلفة $P(v)$ بدلالة v.

3) ادرس تغيرات الدالة f المعرفة على $]0,120]$ حيث $f(x)=10x+\frac{36000}{x}$.

4) ما هي سرعة الشاحنة حتى تكون الرحلة أقل تكلفة؟

التمرين١٤

نعتبر مستطيلا طوله x .

حدد القيمة الدنوية لمحيطه إذا علمت أن مساحته هي: $100m^2$