

Durée : 02 heures

○ Exercice n°01 : (03 pts)

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules noires . On tire simultanément trois boules de l'urne .

- 0,75 1)- Combien y a-t-il de tirages possibles ?
0,75 2)- Combien y a-t-il de tirages comprenant :
0,75 a)- Une seule boule noire ?
0,75 b)- Au moins deux boules blanches ?
0,75 c)- Au plus deux boules noires ?

○ Exercice n°02 : (07 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par :

$$(\forall x \in \mathbb{R}); f(x) = 1 - x + \frac{8x}{x^2 + 3}.$$

- 0,5 1)- a)- Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
0,5 b)- Montrer que (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$ une asymptote oblique (Δ) d'équation : $y = -x + 1$.
0,5 c)- Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (Δ) .
1 2)- a)- Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que :
0,5 $(\forall x \in \mathbb{R}); f'(x) = \frac{(1-x^2) \cdot (x^2+15)}{(x^2+3)^2}$.
0,25 b)- Dresser le tableau de variation de f en justifiant votre réponse .
0,5 3)- a)- Ecrire une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$.
0,5 b)- Etudier la position relative de (C_f) par rapport à (T) . Puis interpréter ce résultat géométriquement .
0,5 4)- a)- Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec l'axe (Ox) .
0,75 b)- Construire (C_f) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
5)- Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions dans \mathbb{R} de chacune des équations suivantes :

$$(E_1): f(x) = m \text{ et } (E_2): f(x) = mx + 1.$$

6)- Construire à partir de (C_f) le graphe de la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$(\forall x \in \mathbb{R}); g(x) = 1 + |x| - \frac{8 \cdot |x|}{x^2 + 3}.$$

○ Exercice n°03 : (03 pts)

Une urne contient cinq boules blanches numérotés : **0 , 0 , 1 , 2 , 2** et quatre boules noires numérotés : **0 , 1 , 1 , 2** .

1)- On tire simultanément quatre boules . de combien de façon peut on avoir :

0,5

a)- Le produit des numéros est nul .

0,5

b)- La somme des numéros est paire .

0,5

c)- Une seule fois la couleur noire et une seule fois le numéro **1** .

2)- On tire successivement et sans remise les boules , on s'arrête lorsque toutes Les boules numérotés **0** sont tirées . Dénombrer les cas où :

0,5

a)- On s'arrête après **3** tirages .

0,5

b)- On s'arrête après **5** tirages .

0,5

c)- Tirer toutes les boules .

○ Exercice n°04 : (07 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$(\forall x \in [0, +\infty[); f(x) = x - 2\sqrt{x} + 1.$$

0,5

1)- a)- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

1

b)- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = -\infty$, puis en déduire

la nature de la branche infini de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

1

2)- a)- Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -\infty$, puis interpréter ce résultat .

b)- Montrer que f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que :

1,5

$$(\forall x \in]0, +\infty[); f'(x) = \frac{x-1}{x+\sqrt{x}}.$$

0,5

c)- Dresser le tableau de variation de f .

1,5

3)- Construire (C_f) dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1

4)- le graphe de la restriction de f sur l'intervalle $[0, 1]$ est -il un quart de cercle ?

Justifier votre réponse .

Fin du sujet .