

Niveau	Tronc Commun Science Bac International Marocain	Chapitre 4	Ordre dans l'ensemble \mathbb{R}
Matière	Mathématiques	Thème	Série d'exo n° 2

Exercice 1 : Comparer les deux nombres :

$$a = \frac{22}{7} \text{ et } b = \frac{335}{113} ; x = 2 + \sqrt{3} \text{ et } y = \sqrt{5} + \sqrt{2} ; u = 2 + \sqrt{8} \text{ et } v = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

Exercice 2 :

1) Soient $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$ telsque : $0 < x < y$. Comparer $A = (x + y)^2$ et $B = 2x^2 + y^2$

2) Soient $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ telsque : $1 < a < b$. Comparer $C = a^2 + 1$ et $D = ab + 2$

3) Soient $p \in \mathbb{R}$ et $q \in \mathbb{R}$ telsque : $0 \leq p \leq q$. Comparer $E = p\sqrt{q}$ et $F = q\sqrt{p}$

Exercice 3 : Soient x, y, z des nombres réels strictement positifs.

1) Démontrer que : $\frac{1}{x+y} < \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 2) Démontrer que : $\sqrt{x+y} < \sqrt{x} + \sqrt{y}$

3) Démontrer que : $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ et déduire que : $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$

4) Montrer que : $(x + y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$ 5) Conclure que : $(x + y)(y + z)(z + x) \geq 8xyz$

Exercice 4 : Soient $x \in \mathbb{R}^+, y \in \mathbb{R}^+, c \in \mathbb{R}^+$ avec $x \leq y \leq 1$ et $c > 1$

1) Montrer que : $\frac{x}{1+y} \leq \frac{y}{1+x}$; 2) Comparer les deux nombres : $\frac{x}{1+\sqrt{y}}$ et $\frac{y}{1+\sqrt{x}}$

3) Comparer les deux nombres : $y(1+x)$ et $x+2y-1$; 4) Comparer les deux nombres : $\frac{cx+y}{cy+x}$ et 1

Exercice 5 : Soient x et y des nombres réels telsque : $4 \leq x \leq 5$ et $2 \leq y \leq 10$

Encadrer les nombres : $x + y$; xy ; $-y$; $x - y$; x^2 ; y^2 ; $\frac{x}{y}$; $2y - 5x$; $\frac{3x-7y}{y+4x}$

Exercice 6 : Soient a et b des nombres réels telsque : $-6 < a < 3$ et $5 < b < 9$

Encadrer les nombres : ab ; a^2 ; b^2 ; $3a^2 + b^2 - a + b$

Exercice 7 :

1) Ecrire les inégalités suivantes sous forme d'intervalles : $1 \leq x \leq 3$; $\frac{2}{5} < x < \frac{7}{4}$;
 $-2 < x \leq 0$; $-5 \leq x < -\frac{1}{2}$; $x \geq 1$; $x \leq \frac{6}{11}$; $x > -3$; $x < 0$.

1) Ecrire les intervalles suivants sous forme d'inégalités et les représenter sur une droite graduée :

$[1; 5[$; $] -2; +\infty[$; $] -\infty; 0]$; $\left[\frac{1}{3}; +\infty[$; $]4; 5[$; $] -3; 3]$

Exercice 8 : Simplifier :

$$]-3; 4[\cap [2; 7[\quad ; \quad]-8; 4[\cap [10; 20[\quad ; \quad]-\infty; 1[\cap \left[\frac{-7}{4}; +\infty[$$

$$]5; 9[\cup [4; 8[\quad ; \quad]-5; -2[\cup [-3; +\infty[\quad ; \quad]-\infty; \frac{2}{7}[\cup \left[-\frac{1}{2}; +\infty[$$

Exercice 9 : Soient x et y des nombres réels telsque : $x \in [-2; 5]$ et $y \in [-3; -1]$

Simplifier l'expression : $A = 2|2x + 7| - |3y| + 2|y + 8| - |2y - x|$

Exercice 10 :

1) Simplifier les nombres : $\sqrt{(5\sqrt{7} - 59\sqrt{3})^2}$; $|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}|$; $|-5\sqrt{13} - 13\sqrt{5}|$; $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

2) Soient x et y des nombres réels telsque : $x \in [-2; 5]$ et $y \in [-3; -1]$

Simplifier l'expression : $A = 2|2x + 7| - |3y| + 2|y + 8| - |2y - x|$

3) Soient a et b des nombres réels telsque : $a \in \mathbb{R}^-$ et $b \in \left[0; \frac{1}{3}\right]$. Simplifier : $\sqrt{(3b - 1)^2}$ et $\sqrt{(a - 5)^2}$

Exercice 11 : Soient x et y des nombres réels telsque : $x \geq -2$; $y \leq -1$; $x - y = 6$

1) Calculer : $A = \sqrt{(x + 2)^2} + \sqrt{(y + 1)^2}$ 2) Montrer que : $x \leq 5$ et $y \geq -8$

3) Etablir que : $0 \leq x^2 + y^2 \leq 89$ 4) Calculer $B = |x + y - 4| + |x + y + 10|$

Exercice 12 :

1) Résoudre les équations : $|5x + 2| = 8$; $|-2x + 1| = -1$; $\left|\frac{3x}{4} + 1\right| = \left|\frac{-7x}{2} + \frac{5}{4}\right|$

2) Résoudre les inéquations : $|2x - 3| \leq 1$; $|6x + 11| \geq \frac{1}{6}$; $2 \leq |10x + 2| \leq 5$

Exercice 13 : Soient a et b des nombres réels telsque : $|a| \leq 1$ et $|b| \leq 1$

1) Encadrer le nombre $ab + 1$ et déduire que : $ab + 1 \neq 0$

2) Montrer que : $\left|\frac{a+b}{ab+1}\right| \leq 1$

Exercice 14 : soit $x \in \mathbb{R}$;

On pose $A = \sqrt{x^2 + 1} - |x|$ et $B = \sqrt{x^2 + 1} + |x|$

1) Montrer que : $A > 0$ et déduire que : $B > 2|x|$

2) Calculer AB et déduire que : $A < \frac{1}{2|x|}$ pour $x \neq 0$

3) Démontrer que pour tout $x \neq 0$: $|x| < \sqrt{x^2 + 1} < |x| + \frac{1}{2|x|}$

4) Donner un encadrement d'amplitude $\frac{1}{66}$ pour le nombre $\frac{\sqrt{122}}{3}$.