تعليمات للمترشح

الإختبار يتكون من موضوعين:

- الموضوع الأول يتعلق بمادة الرياضيات يتكون من أسئلة متعددة الإختيارات (20 نقطة)
- الموضوع الثاني يتعلق بمادة ديداكتيك الرياضيات يتكون من ثلاثة أجزاء (20 نقطة).

ملحوظة:

- جميع الأجوبة المتعلقة بأسئلة الإختبار(المكون من الموضوعين) تحرر على **ورقة الإختبار**.

- بالنسبة للموضوع الأول المتعلق بأسئلة متعددة الاختيارات، كل سؤال يقبل جوابا صحيحا واحدا و تتم الإجابة على **ورقة الإختبار** بالطريقة التالية:

Question :

$7+5=$

- ☐ 13
- ☐ 11
- ☒ 12
- ☐ 14

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

موضوع في مادة الرياضيات:(20 نقطة)

QUESTION 1 :

Pour tout entier naturel n , soit $P(n)$ une proposition portant sur n , et telle que si $P(n)$ est vraie alors $P(n+1)$ l'est aussi .

On suppose qu'il existe un entier naturel n_0 tel que $P(n_0)$ soit fausse.

Cocher la conclusion juste qu'on peut en tirer :

- ☐ $P(n_0+1)$ est fausse
- ☐ $P(n)$ est fausse pour tout entier $n \le n_0$
- ☐ $P(n)$ est fausse pour tout entier $n \ge n_0$
- ☐ $P(n)$ est fausse pour tout entier n

QUESTION 2 :

Soit A une partie non vide de $\mathbb{R}$.

Cocher la propriété qui implique que A est un intervalle :

- ☐ $\forall (a,b)\in A^2,\ \forall x\in\mathbb{R}\quad (a<x<b) \Rightarrow (x\in A)$
- ☐ $\exists (a,b)\in A^2,\ \forall x\in\mathbb{R}\quad (a<x<b) \Rightarrow (x\in A)$
- ☐ $\exists (a,b)\in \mathbb{R}^2,\ \forall x\in\mathbb{R}\quad (a<x<b) \Rightarrow (x\in A)$
- ☐ $\exists (a,b)\in \mathbb{R}^2,\ \forall x\in\mathbb{R}\quad (a<x<b) \Leftrightarrow (x\in A)$

QUESTION 3 :

Soient E une partie de $\mathbb{C}$ et $f : E \to E; x \mapsto x^2$. Parmi les assertions suivantes, cocher celle qui est vraie :

- ☐ Si $E=\mathbb{R}$ alors f est injective et non surjective.
- ☐ Si $E=\mathbb{R}^*$ alors f est non injective et surjective.
- ☐ Si $E=\mathbb{R}^+=[0,+\infty[$ alors f est non injective et non surjective.
- ☐ Si $E=\mathbb{C}$ alors f est non injective et surjective.

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 4 :

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 5$. En considérant la fonction numérique, $f : x \mapsto (3+x)^n$, cocher l'assertion qui est vraie :

- ☐ $\sum_{k=0}^{n} C_n^k k 3^{n-k} = 4^{n-1} n$
- ☐ $\sum_{k=0}^{n} C_n^k k 3^{n-k} = 4^{n} n$
- ☐ $\sum_{k=0}^{n} C_n^k k 3^{n-k} = 4^{n+1} n$
- ☐ $\sum_{k=0}^{n} C_n^k k 3^{n-k} = 4^{n+1}$

QUESTION 5 :

Soit $a \in \mathbb{R}$. On définit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ par : $u_0 = a$ et pour $n \geq 0$, $u_{n+1} = e^{-u_n} - 2$. Cocher, parmi les assertions suivantes celle qui est juste :

- ☐ La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ ne converge pour aucune valeur de a tel que $a \in]-\infty, -\ln(2)] \cup [0, +\infty[$.
- ☐ Pour $a = 0$, la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est décroissante .
- ☐ Pour $a = 10$, la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ tend vers $-\infty$
- ☐ Pour $a = -0,5$, la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est convergente .

QUESTION 6 :

On considère les deux suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \quad et \quad u_1 = 1 \\ \forall n \geq 0 \quad u_{n+2} = 10u_{n+1} - 9u_n \end{cases} \qquad \text{et} \qquad \forall n \geq 0 \quad v_n = u_{n+1} - u_n$$

Cocher l'affirmation exacte :

- ☐ $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique
- ☐ $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'est pas une suite géométrique
- ☐ $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 9^n + 1$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

- ☐ $\forall n \geq 0 \quad \sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{1}{64}\left(9^n - 8n - 9\right)$

QUESTION 7 :

Cocher l'affirmation exacte :

- ☐ Les deux séries $\sum \ln\left(1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$ et $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ sont de même nature.
- ☐ La série réelle $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ converge si et seulement si $|x| < 1$
- ☐ La série de terme général $u_n = \sin\left(\pi\sqrt{n^2+1}\right)$ est convergente
- ☐ La série réelle $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\ln(n)}$ est convergente

---

QUESTION 8 :

Cocher l'assertion vraie :

- ☐ l'équation $x^5 - 5x + 1 = 0$ a exactement deux solutions réelles.
- ☐ l'équation $x^5 - 5x + 1 = 0$ a exactement trois solutions réelles.
- ☐ l'équation $x^5 - 5x + 1 = 0$ a exactement quatre solutions réelles.
- ☐ l'équation $x^5 - 5x + 1 = 0$ a exactement cinq solutions réelles.

QUESTION 9 :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = |x|^{\frac{1}{x-1}}$

Cocher l'assertion juste :

- ☐ Le domaine de définition de f est $\mathbb{R} - \{1\}$
- ☐ f se prolonge par continuité en 1, en posant $f(1) = e$
- ☐ f se prolonge par continuité en 1, et la fonction prolongée est dérivable en 1
- ☐ La fonction f est dérivable en tout point de son domaine de définition et sa fonction dérivée est : $f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}|x|^{\frac{1}{x-1}-1}$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 10:

Cocher l'assertion juste :

- ☐ Il existe une infinité de nombres premiers de la forme : $6n+3$, $n\in\mathbb{N}$.
- ☐ Il existe une infinité de nombres premiers de la forme : $4n+3$, $n\in\mathbb{N}$.
- ☐ Il existe une infinité de nombres premiers de la forme : $n(n+2)+1$, $n\in\mathbb{N}$.
- ☐ Il existe une infinité de nombres premiers de la forme : 12^n+3n , $n\in\mathbb{N}$.

QUESTION 11 :

Soit f une fonction continue sur l'intervalle $\left[a,b\right]$ et dérivable sur $\left]a,b\right[$.

Cocher l'assertion juste :

- ☐ f est strictement croissante sur $\left[a,b\right]$ si et seulement si $\forall x\in\left]a,b\right[\quad f'(x)>0$
- ☐ f est strictement croissante sur $\left[a,b\right]$ si et seulement si f est strictement croissante sur $\left]a,b\right[$
- ☐ $\exists c\in\left]a,b\right[\quad f'(c)=0$
- ☐ $\exists!\, c\in\left]a,b\right[\quad f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$

QUESTION 12 :

Cocher le développement limité (en 0) exact :

- ☐ $\tan x = x^2-\dfrac{x^4}{3}+\dfrac{2}{15}x^6+o\left(x^6\right)$
- ☐ $\dfrac{1}{1-2x\cos\alpha+x^2}=1+\left(2\cos\alpha\right)x+\left(1+2cos2\alpha\right)x^2+o\left(x^2\right)$
- ☐ $\ln\left(\cos x\right)=-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^4}{12}+o\left(x^4\right)$
- ☐ $\sqrt{\dfrac{x}{tan\, x}}=1-\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{x^4}{40}+o\left(x^4\right)$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

QUESTION 13 :

Cocher l’encadrement exact :

- □ $\forall x \in \left]-1,0\right[\qquad x < ln(1+x) < \dfrac{1}{1+x}$
- □ $\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad \displaystyle\sum_{k=0}^{2n} \frac{(-1)^k}{k!} < e^{-1} < \sum_{k=0}^{2n+1} \frac{(-1)^k}{k!}$
- □ $\forall n \in \mathbb{N}^* \qquad \displaystyle\sum_{k=0}^{2n-1} \frac{(-1)^k}{k!} < e^{-1} < \sum_{k=0}^{2n} \frac{(-1)^k}{k!}$
- □ $\exists n \in \mathbb{N},\ \forall x \in \mathbb{R} \qquad e^x \leq x^n$

QUESTION 14 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par : $f(x) = ln\left(1 + \dfrac{1}{x^2}\right)$

Cocher l’assertion juste :

- □ $\lim\limits_{x \to +\infty} xf(x) = +\infty$
- □ $\lim\limits_{x \to 0^+} xf(x) = +\infty$
- □ f est intégrable sur $\left]0,+\infty\right[$
- □ $\exists x > 0$ tel que : $f(x) = 0$

QUESTION 15 :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct. Soit E l’ensemble des points M d’affixe z tel que : $\bar{z}(z-1) = z^2(\bar{z}-1)$.

Cocher l’assertion juste :

- □ $E = \{0,1\}$.
- □ E est le cercle de centre le point d’affixe 0 et de rayon 1.

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

- ☐ $E=\{0,1,-1\}$.
- ☐ $E=\{1,0,i,-i\}$.

QUESTION 16 :

On considère l'intégrale $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x^2}{(\cos x + x\sin x)^2}\,dx$

En effectuant une intégration par parties, cocher la réponse juste :

- ☐ $I=\frac{3\sqrt{3}-\pi}{3+\pi\sqrt{3}}$
- ☐ $I=\frac{3\sqrt{3}}{3+\pi\sqrt{3}}$
- ☐ $I=\frac{3\sqrt{3}-\pi}{3}$
- ☐ $I=\frac{3\sqrt{3}+\pi}{3+\pi\sqrt{3}}$

QUESTION 17 :

Pour tout entier naturel n on note $n\mathbb{Z}$ l'ensemble des entiers relatifs multiple de n : $n\mathbb{Z}=\{nk \mid k\in\mathbb{Z}\}$ et pour $a,b\in\mathbb{N}$, $a\mathbb{Z}+b\mathbb{Z}=\{au+bv\,/\ (u,v)\in\mathbb{Z}^2\}$

Cocher l'assertion juste :

- ☐ $2\mathbb{Z}\cap 3\mathbb{Z}=\varnothing$ (l'ensemble vide).
- ☐ $2\mathbb{Z}+3\mathbb{Z}=\mathbb{Z}$
- ☐ $2\mathbb{Z}+3\mathbb{Z}=5\mathbb{Z}$
- ☐ $2\mathbb{Z}\cap 3\mathbb{Z}=\mathbb{Z}$

QUESTION 18 :

Soit $(P_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la famille de plans d'équations $n^2x+(2n-1)y+nz=3$

On note E l'intersection de tous ces plans, c'est-à-dire $E=\{M(x,y,z)\,/\ \ \forall n\in\mathbb{N},\ M\in P_n\}$

Cocher l'assertion juste :

- ☐ $E=\varnothing$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

- ☐ E est le plan d'équation : $x+y+z=3$
- ☐ E est la droite d'équation : $\begin{cases} x+y+z=3 \\ y=-3 \end{cases}$
- ☐ E est le point de coordonnées $(0,-3,6)$

QUESTION 19 :

Cocher l'assertion juste :

- ☐ $\lim\limits_{x\to 1}\int_x^{x^2}\dfrac{dt}{\ln t}=0$
- ☐ $\lim\limits_{x\to 1}\int_x^{x^2}\dfrac{dt}{\ln t}=+\infty$
- ☐ $\lim\limits_{x\to 1}\int_x^{x^2}\dfrac{dt}{\ln t}=\ln 2$
- ☐ $\lim\limits_{x\to 1}\int_x^{x^2}\dfrac{dt}{\ln t}$ n'existe pas

---

QUESTION 20 :

On lance 2 dés cubiques (à six faces numérotées de 1 à 6) parfaitement équilibrés, de manières indépendantes. Tous les résultats sont équiprobables. On note S la somme des deux faces obtenues. Soient p la probabilité d'obtenir deux numéros identiques et q celle d'obtenir une somme S paire.

Cocher l'assertion juste :

- ☐ $p=\dfrac{C_6^1}{C_6^2}$ et $q=\dfrac{C_6^3}{C_6^2}$
- ☐ $p=\dfrac{1}{36}$ et $q=\dfrac{1}{2}$
- ☐ $p=\dfrac{1}{6}$ et $q=\dfrac{1}{2}$
- ☐ $p=\dfrac{1}{6}$ et $q=\dfrac{1}{4}$

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

موضوع في ديداكتيك مادة الرياضيات: (20 نقطة)

الجزء الأول:

يشير برنامج تدريس الرياضيات بالتعليم الثانوي التأهيلي في الصفحة رقم 21 منه بشأن درس التحويلات في المستوى إلى الجدول الموالي **(الوثيقة 1)**:

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- تذكير: التماثل المحوري، التماثل المركزي، الإزاحة؛ - التحاكي؛ - الخاصية المميزة لكل من الإزاحة و التحاكي، حالة التماثل المركزي؛ - الحفاظ على معامل استقامية متجهتين؛ - المسافة و التحويلات السابقة؛ - صور بعض الأشكال (قطعة، مستقيم، نصف مستقيم، دائرة، زاوية).	- التعرف على تقايس و تشابه الأشكال باستعمال الإزاحة و التحاكي و التماثل. - استعمال الإزاحة و التحاكي و التماثل في حل مسائل هندسية.	- يتم التذكير بالتماثل المحوري و التماثل المركزي و الإزاحة من خلال أنشطة و تمارين و تعريفها متجهيا أو تآلفيا. - يقدم التحاكي من خلال أمثلة و بنفس الطريقة التي **قدمت** به التحويلات السابقة. - تعتبر الصيغ التحليلية لهذه التحويلات خارج المقرر.

1) أ) حدد، معللا جوابك، المستوى الدراسي المستهدف من هذا الجدول؟

....

....

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

....
....
....
....

ب) ما المقصود بالتحويل الوارد في **الوثيقة 1**؟

....
....
....
....

ج) لماذا أشارت التوجيهات التربوية إلى اعتبار الصيغ التحليلية للتحويلات في المستوى الدراسي المحدد خارج المقرر؟

....
....
....
....
....
....

2) ما هي المعارف المستهدفة من هذا الدرس؟

....
....
....
....
....
....

3) ما هو دور القدرات المنتظرة، الواردة في جدول **الوثيقة 1**، في بناء هذا الدرس؟

....
....
....
....
....
....

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

4) حدد المكتسبات القبلية اللازمة لهذا الدرس؟

....
....
....
....
....
....
....

.5) قدم الخاصية المميزة للتحاكي و برهن عليها؟

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

6) ترجم إلى اللغة الفرنسية ما ورد في **الوثيقة 1**.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

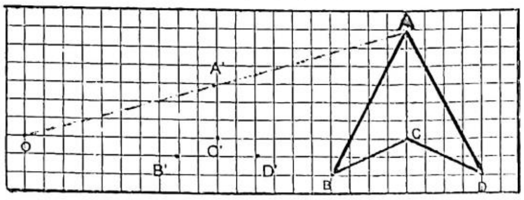
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

<u>الجزء الثاني:</u>

نقترح عليك من هذا الدرس **الوثيقة 2** المأخوذة من كتاب مدرسي (بتصرف):

لا يكتب أي شيء في هذا الإطار

نشاط 1



ليكن (T) تمثيلا للرباعي ABCD في الشكل جانبه.

1) أنشئ بدقة هذا الرسم على ورق بتربيعات

وليكن (T') تمثيل (T) بالسلم $\frac{1}{2}$:

A' و B' و C' وD' هي صور النقط A وB وC وD على التوالي.

مثل النقطة A' وC' كما هو مبيّن في الشكل بحيث تكون المتجهتان $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{A'C'}$ مستقيميتان ولهما نفس المنحى وتحددان محوري تماثل الشكلين (T) و(T') على التوالي ثم أنشئ بدقة المستقيمات (AA') و(BB') و(CC') و(DD').

2) أثبت أنه يوجد عدد حقيقي k يتم تحديده بحيث : $\overrightarrow{A'C'}=k\overrightarrow{AC}$.

نفترض أن كل ضلع في (T) يوازي الضلع المحاكي له في الشكل (T').

أي (AC) // (A'C') و (AB) // (A'B').

أثبت المتساويتين المتجهيتين : $\overrightarrow{A'B'}=k\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{B'C'}=k\overrightarrow{BC}$

3) لتكن O مماثلة النقطة A بالنسبة للنقطة A'.

أ - بيّن أن $\overrightarrow{OA'}=k\overrightarrow{OA}$ واستنتج أن $\overrightarrow{OB'}=k\overrightarrow{OB}$

ماذا يمكن أن تستنتج بالنسبة للنقط O وB وB' ؟

ب - أثبت أن المستقيمات (AA') و(BB') و(CC') و (DD') متقاطعة في O

واستنتج أن A' هي النقطة الوحيدة بحيث : $\overrightarrow{OA'}=k\overrightarrow{OA}$

وB' هي النقطة الوحيدة بحيث : $\overrightarrow{OB'}=k\overrightarrow{OB}$

عرّف بالمثل النقطتين C' وD'.

> التحويل الذي يحول النقط A وB وC وD إلى النقط A' وB' وC' وD' على التوالي يسمّى التحاكي الذي مركزه O ونسبته k.

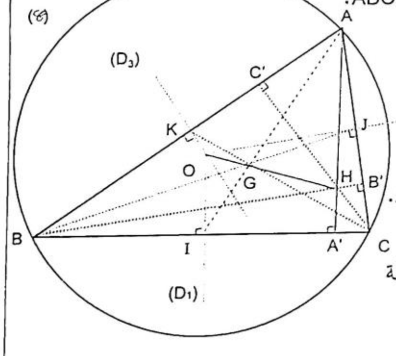
> صورة مستقيم بتحاك هو مستقيم يوازيه.

نشاط 2

ليكن ABC مثلثاً وI وJ وK منتصفات القطع [BC] و [AC] و [AB] على التوالي.

نعلم أن - المتوسطات (AI) و (BJ) و (CK) متقاطعة في النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

- الواسطات (D₁) للقطعة [BC] و (D₂) للقطعة [CA] و (D₃) للقطعة [AB] متقاطعة في النقطة O مركز الدائرة (𝒞) المحيطة بالمثلث ABC.



ليكن h التحاكي الذي مركزه G ونسبته -2 .

1) حدّد صور النقط I وJ وK بالتحاكي h.

2) أ - بيّن أن صورة المستقيم (D₁) بالتحاكي h هو الارتفاع (AA') في المثلث ABC.

ب - حدّد صورتي المستقيمين (D₂) و (D₃) بالتحاكي h.

3) استنتج أن الارتفاعات (AA') و (BB') و (CC') في المثلث ABC متقاطعة في نقطة H مركز تعامد المثلث ABC.

4) أثبت أن النقط O و G و H مستقيمية وأن $\overrightarrow{GH}=-2\overrightarrow{GO}$.

1) حدد عنوانا لكل نشاط وارد في **الوثيقة 2** .

....

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

....

2) يعرف النشاط 1 تحويلا مستويا، ما اسم هذا التحويل و هل سبق للمتعلم (ة) أن تعرف عليه في المستويات السابقة (علل جوابك) ؟

....

....

3) ما هو الهدف من كل نشاط حسب ما جاء في **الوثيقة 2** ؟

....

....

4) أنجز النشاط 2 من **الوثيقة 2**.

....

....

....

....

....

....

....

....

5) أ) ما هي الصعوبات التي قد تعترض المتعلم عند إنجاز السؤال 2)أ) من النشاط 2؟

....

....

....

....

ب) حدد ثلاثة أسباب وراء بروز هذه الصعوبات؟

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

....

....

6) أ) ما هو صنف المسائل الهندسية التي توظف فيها الإزاحة و التحاكي و التماثل لحلها؟

....
....
....
....

ب) ما هو سبب الاقتصار على الإزاحة و التحاكي والتماثل لحل صنف هذه المسائل؟

....
....
....
....
....
....

<u>الجزء الثالث:</u>

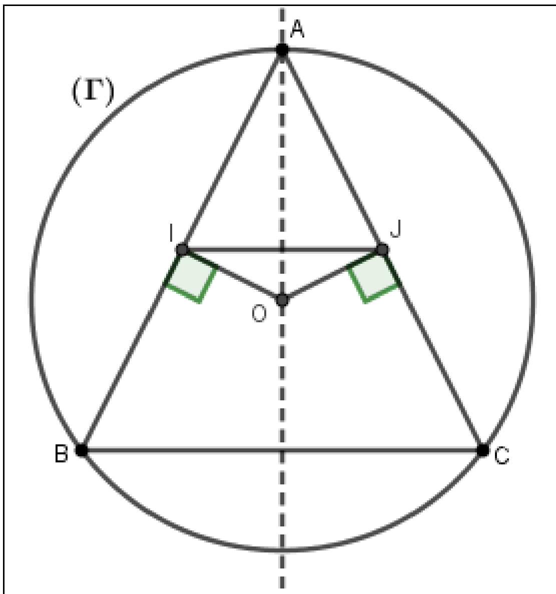
لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

نقترح، في هذا الجزء، نص وضعية قدمها أستاذ مادة الرياضيات لتلامذته في قسم من مستوى السنة الثانية إعدادي، مصحوبا بجوابين لتلميذين A وB عنها:

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين رأسه A و محاطا بدائرة (Γ) مركزها O.

لتكن النقطتان I وJ المسقطين العموديين للنقطة O على المستقيمين (AB) و (AC) بالتوالي.

بين أن المستقيم (OA) واسط القطعة [IJ].



جاء جوابا التلميذين كما يلي:

جواب التلميذ A	جواب التلميذ B
انطلاقا من الشكل لدينا المستقيمان (IJ) و (BC) متوازيان. و حيث إن المستقيمين (OA) و(BC) متعامدان فإن (IJ) و(OA) متعامدان. يكفي إذن أن نبين أن: AI=AJ. لدينا (OI) و(OJ) ارتفاعان في المثلث ABC وOI=OJ إذن: AI=AJ، و بالتالي المستقيم (OA) واسط القطعة [IJ].	نعتبر s التماثل المحوري الذي محوره (OA). لدينا: s(A)=A و s(B)=C لتكن K صورة النقطة I بالتماثل s. لدينا: $K \in (AC)$ و $\widehat{AKO} = 90°$ و منه: (OK)//(OJ) إذن النقطتان K و J منطبقتان. إذن: s(I)=J و بالتالي: المستقيم (OA) واسط القطعة [IJ].

1) حدد الجواب الصحيح من بين الجوابين A وB المقترحين؟ (علل جوابك)

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

....

....

2) اعتمد التلميذ A في جوابه على الشكل الهندسي المرفق:
أ- ما هو دور الشكل في الاستدلال الهندسي؟

....

....

ب- قد يكون الاعتماد على الشكل في الاستدلال سببا في وقوع أخطاء، وضح ذلك؟

....
....
....
....

3) ما هي معطيات النص التي جعلت التلميذ B يقوم بتوظيف التماثل المحوري كأداة في الحل؟

....

....

....

....

....

....

4) حلل إجابتي التلميذين A و B باعتماد الجدول التالي:

	التلميذ A	التلميذ B

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

الدقة في التعبير الرياضي	....	....
الدقة في البرهان	....	....
ورود أخطاء و تحديدها	....	....

5) اعط ثلاثة أخطاء شائعة في شأن تدريس مفهوم التحويلات بسلك التعليم الثانوي الإعدادي؟

....

....

....

....

6) اعط صياغة جديدة لتمرين الوضعية انطلاقا من الجواب الصحيح المقترح، تتضمن أسئلة مرحلية بحيث يكون تمرينا تقويميا لمستوى السنة الثانية إعدادي؟

لا يكتب أي شيء
في هذا الإطار

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....