

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = u_n - \ln(u_n^2 + 1) \end{cases}$$

تمرين رقم 1 : لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

الجزء الأول: لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x - \ln(x^2 + 1)$.

(1) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = x$.

(2) أ- أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; 1]$.

ب- استنتج أن $f([0; 1]) \subset [0; 1]$.

الجزء الثاني:

(1) بين بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 1$.

(2) أدرس رتبة المتتالية (u_n) .

(3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

تمرين رقم 2 :

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = 1 - 2x + \ln x$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(2) بين أن: $\forall x \in]0, +\infty[\quad g'(x) = \frac{1-2x}{x}$ ، ثم ضع جدول تغيرات g .

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي: $\begin{cases} f(x) = 1 - x^2 + x \ln x; & x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

ليكن (\mathcal{E}_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أدرس اتصال f في $x_0 = 0$ على اليمين.

(2) أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في $x_0 = 0$ على اليمين. وأول النتيجة هندسيا.

ب- بين أن $f'(x) = g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f .

(3) استنتج تقع المنحنى (\mathcal{E}_f) . (لاحظ أن $f''(x) = g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$)

(4) أ- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (\mathcal{E}_f) .

ب- أنشئ (\mathcal{E}_f) و (T) نصف المماس على اليمين للمنحنى (\mathcal{E}_f) عند النقطة O . (لاحظ أن $f(1) = 0$)



سلم

التنقيط

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = u_n + \ln(u_n^2 + 1) \end{cases}$$

تمرين رقم 1 : لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :الجزء الأول: لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x + \ln(x^2 + 1)$.(1) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = x$ 1(2) أ- أدرس تغيرات الدالة f على المجال $[-1; 0]$ 1,5ب- استنتج أن $f([-1; 0]) \subset [-1; 0]$ 1

الجزء الثاني:

(1) بين بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N} \quad -1 \leq u_n \leq 0$ 1,5(2) أدرس رتبة المتتالية (u_n) 1(3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها. 1,5

تمرين رقم 2 :

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = 2x - 1 - \ln x$.(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 1(2) بين أن: $\forall x \in]0, +\infty[\quad g'(x) = \frac{1+2x}{x}$ ، ثم ضع جدول تغيرات g 1,5(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$ 1الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R}^+ بما يلي: $\begin{cases} f(x) = x^2 - 1 - x \ln x; & x > 0 \\ f(0) = -1 \end{cases}$ ليكن (\mathcal{E}_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 1ب- أدرس اتصال f في $x_0 = 0$ على اليمين. 1(2) أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في $x_0 = 0$ على اليمين. وأول النتيجة هندسيا. 1,5ب- بين أن $f'(x) = g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$ 1ج- أعط جدول تغيرات الدالة f . 1,5(3) استنتج تفرع المنحنى (\mathcal{E}_f) . (لاحظ أن $f''(x) = g'(x)$ على المجال $]0; +\infty[$) 0,75(4) أ- أدرس الفرع اللاهائي للمنحنى (\mathcal{E}_f) . 0,75ب- أنشئ (\mathcal{E}_f) و (T) نصف المماس على اليمين للمنحنى (\mathcal{E}_f) عند النقطة O . (لاحظ أن $f(1) = 0$) 1,5

