

## التمرين الاول

لتكن  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة بمايلي :  $U_0 = 3$  و  $U_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 2}$

$$a(1) \text{ - بين أن } (\forall n \in \mathbb{N}); U_{n+1} - 2 = \frac{2(u_n - 2)}{u_n + 2}$$

$$b(1) \text{ - بين بالترجع أن } U_n > 2 \text{ } (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$c(2) \text{ - بين أن } U_{n+1} - U_n = \frac{(u_n + 1)(2 - u_n)}{u_n + 2} \text{ ثم استنتج رتبة المتتالية ثم استنتج أنها متقاربة}$$

$$c(3) \text{ - نضع } (\forall n \in \mathbb{N}); V_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$$

a- بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$  ثم أكتب  $V_n$  بدلالة  $n$

$$b \text{ - بين أن } U_n = \frac{2 + \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}} \text{ ثم احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} U_n$$

## التمرين الثاني

نعتبر الدالة المعرفة بمايلي في المجال  $]0; +\infty[$ :  $g(x) = (\ln x)^2 - \ln x + 1$

$$a(1) \text{ - احسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

$$a(2) \text{ - بين أن } g'(x) = \frac{2 \ln x - 1}{x} \text{ } \forall x \in ]0; +\infty[$$

b- اعط جدول تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$ , ثم بين أن  $g\left(e^{\frac{1}{2}}\right) > 0$

c(2) - بين ان  $\forall x \in ]0; +\infty[; g(x) > 0$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$ :  $f(x) = x - \frac{(\ln(x))^2 + \ln(x)}{x}$

$$a(1) \text{ - احسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \text{، ثم أوال النتيجة هندسيا .}$$

$$b \text{ - بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{x} = 0 \text{ ثم استنتج ان } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

c- استنتج ان  $C_f$  يقبل مقاربا مائل معادلته  $y = x$  ( $\Delta$ )

d- ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $C_f$  والمستقيم  $\Delta$  على  $]0; +\infty[$

$$a(2) \text{ - بين أن } f'(x) = \frac{x^2 + g(x)}{x^2} \text{ } \forall x \in ]0; +\infty[ \text{ ثم اعط جدول تغيرات}$$

4- ارسم المنحنى  $C_f$  و ( $\Delta$ )