المادة : الرياضيات — مدة الإنجاز : 3 س

الشعبة : ع. تجريبية - ع. تجريبية أص. - ع. زراعية — المعامل : 7

C : 1/5

الموضوع : (يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة)

التمرين الأول (نقطتان ونصف)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n^3}{3u_n^2+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0,5   1) أ- بين أن $u_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0,5   ب- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

0,25   ج- استنتج أن (u_n) متقاربة .

0,5   2) أ- بين أن $u_{n+1} \leq \dfrac{1}{3}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0,75   ب- استنتج أن : $u_n \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني (ثلاث نقط ونصف)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1,2,-2)$ و $B(0,3,-3)$ و $C(1,1,-2)$ و المستوى (P) الذي معادلته : $x+y-3=0$.

0,5   1) أ- احسب مسافة النقطة $\Omega(0,1,-1)$ عن المستوى (P).

1   ب- استنتج أن معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها $\Omega(0,1,-1)$ و المماسة للمستوى (P) هي : $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$.

0,75   2) أ- حدد $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية .

0,5   ب- بين أن : $x-z-3=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).

0,25   3) أ- تحقق من أن الفلكة (S) مماسة للمستوى (ABC).

0,5   ب- احسب المسافة ΩC واستنتج نقطة تماس (S) والمستوى (ABC).

التمرين الثالث (ثلاث نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $2z^2-2iz-1=0$ $\quad (E)$

0,75   1) أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E). (z_1 و z_2 هما حلا المعادلة بحيث $\Re e(z_1)>0$).

0,5   ب- اكتب الحلين z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ نعتبر النقط A و B و S التي ألحاقها على التوالي هي : $a=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $b=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$ و $s=i$.

0,75   أ- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي : $\dfrac{a-s}{b-s}$.

0,5   ب- استنتج أن المثلث SAB متساوي الساقين و قائم الزاوية في S .

0,5   ج- بين أن الرباعي $OASB$ مربع.

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والشباب

المركز الوطني للامتحانات

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا

دورة يونيو 2004

(الدورة الاستدراكية)

المادة : الرياضيات

الشعبة : ع. تجريبية - ع. تجريبية أص. - ع. زراعية

مدة الإنجاز	:	3س
المعامل	:	7

C : 1ν/5

الموضوع :

التمرين الرابع (ثلاث نقط)

يحتوي كيس U_1 على بيدقتين تحملان الرقم 1، وعلى أربع بيدقات تحمل الرقم 2(لا يمكن التمييز بينها باللمس)
و يحتوي كيس U_2 على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات خضراء(لا يمكن التمييز بينها باللمس كذلك) .
نسحب عشوائيا بيدقة واحدة من الكيس U_1 .

1) احسب احتمال الحدثين التاليين :
A : " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 1 ". 0,5
B : " البيدقة المسحوبة تحمل الرقم 2 ". 0,5

2) نعتبر في هذا السؤال التجربة العشوائية التالية :
نسحب بيدقة واحدة من الكيس U_1 و نسجل رقمها :
- إذا كان هذا الرقم هو 1 نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس U_2 .
- وإذا كان هذا الرقم هو 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2.
ليكن n عدد الكرات الحمراء المسحوبة من الكيس U_2 و E_n الحدث " الحصول بالضبط على n كرة حمراء"

أ- بين أن : $p(E_1)=\dfrac{11}{21}$ و $p(E_2)=\dfrac{2}{21}$. 1,5

ب- احسب احتمال الحدث A علما أن الحدث E_1 محقق . 0,5

التمرين الخامس (ثمان نقط)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(x^2-2x+2)$

و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق من أن : $x^2-2x+2=(x-1)^2+1$ لكل x من $I\!R$. 0,25

ب- استنتج أن f معرفة على $I\!R$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. 0,75

2) بين أن : $f(2-x)=f(x)$ لكل x من $I\!R$ ثم استنتج أن المستقيم الذي معادلته $x=1$ محور تماثل المنحنى (C) 0,5

3) أ- تحقق من أن : $f(x)=2\ln(x)+\ln\left(1-\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{x^2}\right)$ لكل x من المجال $[1,+\infty[$. 0,5

ب- استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة . 0,5

C : 1445

الموضوع :

4) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{2(x-1)}{(x-1)^2+1}$ لكل x من $I\!R$. — 0,5

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f على $I\!R$. — 0,5

5) أ- بين أن : $f''(x)=\dfrac{2x(2-x)}{\left[(x-1)^2+1\right]^2}$ لكل x من $I\!R$. — 0,5

ب- ادرس تقعر المنحنى (C) . — 0,5

6) أنشئ المنحنى (C) . — 0,75

7) ليكن h قصور الدالة f على المجال $]1\,,+\infty[$.

أ- بين أن h تقابل من المجال $]1\,,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده . — 0,5

ب- حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من J . — 0,5

8) أ- بوضع $t=x-1$ بين أن : $\int_0^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^{0}\ln\left(1+t^2\right)dt$. — 0,5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_{-1}^{0}\ln\left(1+t^2\right)dt=\ln 2-2\int_{-1}^{0}\dfrac{t^2}{1+t^2}\,dt$. — 0,5

ج- بين أن : $\int_{-1}^{0}\dfrac{t^2}{1+t^2}dt=1-\dfrac{\pi}{4}$ (لاحظ أن : $\dfrac{t^2}{1+t^2}=1-\dfrac{1}{1+t^2}$ لكل t من $I\!R$) . — 0,5

د- استنتج مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=1$ و $x=0$. — 0,25