الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي ذ.سمير الرحموني	الفرض المحروس 3	الأولى علوم رياضية

التمرين الأول: (ن8)

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n - 3}{4 - u_n} ; \ n \in \mathbb{N} \end{cases}$ ونضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{u_n - 3}{1 + u_n}$

1 1. بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : \ -1 \le u_n \le 0$

1 2. تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \dfrac{(1+u_n)(u_n - 3)}{4 - u_n}$ ثم استنتج رتابة المتتالية $(u_n)_n$

1 3. بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \le 1 + u_{n+1} \le \dfrac{1}{4}(1 + u_n)$

1 4. استنتج أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \le 1 + u_n \le \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$

1 5. بين أن المتتالية $(v_n)_n$ هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

1.5 6. حدد v_n بدلالة n ثم بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = 3\left(\dfrac{5^{-n} - 1}{5^{-n} + 3}\right)$

1.5 7. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $w_n = -\dfrac{1}{3}v_n + 5\left(\dfrac{1}{5}\right)^n$. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : w_1 + ... + w_n = \dfrac{5}{4}\left(5^n - \dfrac{1}{5^n}\right)$

التمرين الثاني: (ن3)

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 1, u_1 = 3 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n \ ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$

2 1. بين أن المتتالية $(u_n)_n$ حسابية محددا أساسها ثم حدد u_n بدلالة n.

1 2. بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $\sum_{k=2n}^{4n+1} u_k = 4(n+1)(3n+1)$.

التمرين الثالث: (ن9)

ليكن ABC مثلث بحيث $AB = AC = 3$ و $BC = 4$ و I منتصف [BC] و E و K النقطتين بحيث $\overrightarrow{AE} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AK} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ و ليكن G مرجح النقط المتزنة $\{(A;1);(B;3);(C;3)\}$

0.5 1. أنشئ النقطة G

1 2. بين أن المستقيمات (AI) و (BK) و (CE) متلاقية في النقطة G.

1 3. حدد و أنشئ مجموعة النقط M من المستوى بحيث تكون المتجهتان $\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM}$ و $\overrightarrow{BA}$ مستقيميتين.

1 4. حدد وأنشئ المجموعة $(\Gamma) = \left\{ M \in (P) / \left\| \overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{BM} + 3\overrightarrow{CM} \right\| = \left\| \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM} \right\| \right\}$

1 5. بين أن : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 1$ و $AG = \dfrac{6\sqrt{5}}{7}$

6. ليكن f التطبيق المعرف من المستوى (P) نحو $\mathbb{R}$ بحيث : $f(M) = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$

0.5 a. احسب $f(A)$

1.5 b. بين أن : $\forall M \in (P) : f(M) = 7GM^2 + f(G)$ ثم أحسب $f(G)$

1.5 c. حدد $f^{-1}(\{f(A)\})$ و استنتج أن التطبيق f غير تباييني.

1 d. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي t طبيعة المجموعة $(E_t) = f^{-1}(\{t\})$. هل التطبيق f شمولي ؟

الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي ذ.سمير الرحموني	الفرض المحروس 3	الأولى علوم رياضية