التمرين رقم 1:

1)-ادرس اتصال f في x_0 في كل حالة :

$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2+x-21}{x-3} \,;x\neq 3 \\ f(3)=13\,;x_0=3 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4} \,;x\neq 2 \\ f(2)=15\,;x_0=2 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{\sqrt{x+3}-2} \,;x\neq 1 \\ f(1)=16\,;x_0=1 \end{cases}$ ؛

$\begin{cases} f(x)=\dfrac{4x^4+5x^3-5x-4}{\sqrt{x+15}-4} \,;x\neq 1 \\ f(1)=11\,;x_0=1 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+3x+2}{2-\sqrt{x+5}} \,;x\neq -1 \\ f(-1)=-4\,;x_0=-1 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+8}-x-2}{\sqrt{x}-x} \,;x\neq 1 \\ f(1)=10\,;x_0=1 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^8-1}{x^4-1} \,;x\neq 1 \\ f(1)=2\,;x_0=1 \end{cases}$ ؛

$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} \,;x\succ 4 \\ f(4)=32 \,;x_0=4 \\ f(x)=9x-4 \,;x\leq 4 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3-27}{|x-3|} \,;x\neq 3 \\ f(3)=27\,;x_0=3 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+12}-\sqrt{x}-2} \,;x\neq 4 \\ f(4)=\dfrac{2}{3}\,;x_0=4 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{\cos 2x}}{x^2} \,;x\neq 0 \\ f(0)=1\,;x_0=0 \end{cases}$

$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x\tan x} \,;x\succ 0 \\ f(0)=1\,;x_0=0 \\ f(x)=x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) \,;x\prec 0 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1+\cos x}{x-\pi} \,;x\succ \pi \\ f(\pi)=0\,;x_0=\pi \\ f(x)=\dfrac{\sin(x-\pi)}{x} \,;x\prec \pi \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{(x+1)^{2017}-1}{x} \,;x\prec 0 \\ f(0)=1\,;x_0=0 \\ f(x)=\dfrac{E(x)}{x} \,;x\succ 0 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x+x^2+\ldots+x^n-n}{(2-x)^n-1} \,;x\neq 1 \\ n\in N^* \\ f(1)=n\,;x_0=1 \end{cases}$

التمرين رقم 2:

1)-بين أن f متصلة على المجال I في كل حالة مما يلي: $f(x)=x^5+4x^3-2x+1\,;\,I=R$ ؛ $f(x)=x^3+5x^2-2\sqrt{x}\,;\,I=[0;+\infty[$

$f(x)=\sqrt{x}+\sin x\,;\,I=R^+$ ؛ $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2+x+2}(\sin x-\cos x)\,;\,I=R$ ؛ $f(x)=\sqrt{x^2+1}\left(\dfrac{\cos x-1}{x^2}\right)\,;\,I=R^*$

$\begin{cases} f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x^2+1}} \\ I=R^+ \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{3\cos(2x)}{x} \,;x\neq 0 \\ f(0)=6;\, I=R \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-9x+8} \,;x\prec 1 \\ I=R \\ f(x)=\dfrac{x}{x+6} \,;x\geq 1 \end{cases}$ ؛ $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x^2-4} \,;x\prec 2 \\ I=R \\ f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{3x^3+8}} \,;x\geq 2 \end{cases}$

2)-أ- نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3+x-2}{x-1} \,;x\neq 1 \\ f(1)=3c \end{cases}$ مع $c\in R$. حدد العدد الحقيقي c علما أن f متصلة في 1 .

ب – نعتبر الدالة : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+x-2a}{x-1} \,;x\succ 1 \\ f(x)=x+a+b\,;x\leq 1 \end{cases}$ و $f(1)=3$ مع $(a;b)\in R^2$. حدد العددين a و b لكي تكون f متصلة في 1.

ج – نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{ax^2+2x-8}{ax-2c} \,;x\prec 2 \\ f(x)=ax^2+b\sqrt{x}\,;\geq 2 \end{cases}$ حدد الاعداد a و b و c علما أن f متصلة في 2.

التمرين رقم 3:

❖ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+8}-3}{x-1} \,;x\prec 1 \\ f(x)=x\sqrt{x}-\dfrac{2}{3} \,;x\geq 1 \end{cases}$$

1-احسب النهايتين $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

2-بين أن f متصلة على المجالين $[1;+\infty[$ و $]-\infty;1]$ واستنتج أن f متصلة على R.

❖ نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R بما يلي : $g(x)=x^3-3x+2$

1- احسب $g'(x)$ لكل x من R و ضع جدول تغيرات g . ثم حدد $g([0;1])$ و $g([1;+\infty[)$ و $g(]-\infty;-1])$ و $g([-1;3])$.

2- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1;2]$.

3- تحقق من أن $\alpha^3=3\alpha-2$.

α حل للمعادلة $f(x)=0 \Leftrightarrow f(\alpha)=0$

التمرين رقم 4 :

$(a)'=0 \quad ; \ (x^n)'=nx^{n-1}$

$(ax)'=a \ ; \ (\sqrt{x})'=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

1- بين أن المعادلة $3x^2+4x=2$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[0;1]$.

2- بين أن المعادلة $\sin x+x=\dfrac{\pi}{2}$ تقبل على الأقل حلا في المجال $\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[$.

3- بين أن المعادلة $x^2-2\sqrt{x}=1$ تقبل على الأقل حلا α في المجال $]0;4[$.

4- لتكن f دالة متصلة على القطعة $[2;3]$ بحيث $f(2)\prec 2$ و $f(3)\succ 3$. بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[2;3]$.

5- لتكن g دالة متصلة على $[0;3]$ بحيث $g(0)=-1$. بين أن المعادلة $(x-3)g(x)=x$ تقبل حلا في المجال $[0;3]$.

6- بين أن المعادلة $x^3+x-5=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$ ثم تحقق من أن $\alpha^3=5-\alpha$.

7- نضع $h(x)=x-2\sqrt{x}$. بين أن منحنى الدالة h يقطع محور الافاصيل في نقطة وحيدة أفصولها ينتمي إلى المجال $]1;3[$.

8- بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $[2;3]$ بحيث : $\alpha=\sqrt{\dfrac{\alpha^3+1}{3}}$.

9- نضع $g(x)=x^3-3x^2+1$. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل ثلاثة حلول مختلفة على R مع تحديد مجال كل منها .

10- نضع $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$. بين انه يوجد عدد حقيقي α من المجال $\left[\dfrac{5}{4};2\right]$ بحيث : $f(\alpha)=\alpha$.

التمرين رقم 5 :

⇦ نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R بما يلي : $f(x)=5x^5+3x^3-1$

1) أ– بين ان $f'(x)=25x^4+9x^2$.

ب – اعط جدول التغيرات الدالة f .

2) استنتج ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$.

3) باستعمال طريقة التفرع الثنائي اعط تأطيرا ل α سعته 0.5 .

4) حل في R المتراجحة $f(x)\prec 0$.

f متصلة على مجال I مفتوح

g متصلة على مجال J بحيث : $f(I)\subset I$

$g\circ f$ متصلة على I.

التمرين رقم 6 (للبحث) :

⇦ نعتبر الدالتين $f(x)=\sqrt{x+1}$ و $g(x)=-x^3$:

بين ان Cf و Cg يتقطعان في نقطة وحيدة افصولها α يحقق $\dfrac{-7}{8}\prec\alpha\prec\dfrac{-3}{4}$.

⇦ لتكن f متصلة على $[0;1]$ بحيث $f(0)=0$ و $f(1)=1$ بين ان $f(\lambda)=\dfrac{1-\lambda}{1+\lambda}$: $\forall\lambda\in]0;1[$.

⇦ لتكن g متصلة و موجبة على $[0;+\infty[$ بحيث $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=l$ و $l\succ 1$

بين ان المعادلة $f(x)=x$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[0;+\infty[$.

لكي تنجح يجب على رغبتك في النجاح أن تفوق خوفك من الفشل