نموذج ① (A) ادرس إشارة الدالة φ حيث:

$$\varphi(t) = e^t + t - 1 \quad ; \quad t \leq 0$$

(B) نضع $f(x) = (x+1)(2x\ln x - x - 1)$; $x > 0$

$$f(x) = \frac{(x-2)e^x}{e^x+1} \quad ; \quad x \leq 0$$

1- ادرس اتصال وقابلية اشتقاق f في 0

2- حدد الفروع اللانهائية لمنحنى f

3- أحسب $f'(x)$ واعط جدول تغيرات f

4- بين أن $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $[2; 3]$

5- أنشئ منحنى f في معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ م م

6- بين أن f تقابل من $[1; +\infty[$ نحو مجال J يجب تحديده وارسم منحنى f^{-1}

7- بين أن f^{-1} قابلة لاشتقاق في 0

وأحسب $(f^{-1})'(0)$

نموذج ② (I) نضع $u = \cos\theta + i\sin\theta$

حيث θ عنصر من $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$

1) أ- تحقق أن $u \neq i$ و $u \neq -i$

ب- حدد معيار وعمدة $1+iu$ و $-1+iu$

2) نفترض أن $\theta = \frac{-\pi}{8p+6}$; $p \in \mathbb{N}^*$

أ- بين أن $\sum_{k=0}^{4p+2} (iu)^k = \frac{-2}{-1+iu}$

ب- استنتج أن $\left|-1+iu\right| \geq \frac{2}{4p+3}$

ج- بين أن $\sin\left(\frac{(2p+1)\pi}{8p+6}\right) \geq \frac{1}{4p+3}$

(3) نضع $f(u) = \frac{u(u-i)}{(u+i)^2}$

أ- بين أن $\overline{f(u)} = \frac{1+iu}{(-1+iu)^2}$

ب- البت $f(u)$ و $\overline{f(u)}$ على الشكل المثلثي.

نموذج ③ (II) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة

(E): $195x - 232y = 1$

أ- حدد $195 \wedge 232$

ب- تحقق أن $(163; 137)$ حل خاص لـ (E)

ج- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

د- حدد العدد الوحيد $d \in \mathbb{N}$ ويحقق $195d \equiv 1[232]$ و $0 \leq d \leq 232$

2- بين أن 233 عدد أولي

3- نضع $A = \{0; 1; 2; \ldots; 232\}$

ولتكن f التطبيق حيث:

$$f: A \to A, \quad a \to f(a)$$

حيث $f(a)$ هو باقي القسمة الإقليدية لـ a^{195} على 233

أ- بين أن $\forall a \in A \setminus \{0\}$; $a^{232} \equiv 1[233]$

ب- بين أن لكل a و b من A

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

ج- ليكن a و b من A حيث $f(a) = b$

حدد a بدلالة b

د- استنتج أن f تقابل وحدد تقابله العكسي f^{-1}

1	2	3
1	0.5	0.5
1	0.25	1.5
1	0.5	1
2	0.5	0.5
0.75	0.5	0.75
1.25	0.5	0.75
1	0.75	1
0.75	0.5	0.5
09	5	06

www.riyadiyat.net