

الجذع المشترك العلمي 2013-10-24	فرض محروس رقم 1 المدة: ساعتان	ثانوية اليقظة سلا ذ. سمير الرحموني
------------------------------------	----------------------------------	---------------------------------------

التمرين الأول: (7ن) أسئلة هذا التمرين غير مرتبطة فيما بينها

- بين أن العدد 7999 يقسم العدد $20^{18} - 1$.
- حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين $a=540$ و $b=375$ بطريقتين مختلفتين. (التفكيك والقسمات المتتالية)
- بين أن العدد $\frac{n}{2560}$ عشري حيث n عدد صحيح طبيعي.
- نعتبر العدد $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (العدد الذهبي nombre d'or). بين أن: $\phi^2 = \phi + 1$ و $\phi^3 = 2\phi + 1$
- بين أن العددين $a=2n+1$ و $b=3n+1$ أوليان فيما بينهما. (n عدد صحيح طبيعي)

التمرين الثاني: (3ن)

- حدد قواسم العدد 28.
- حدد جميع الأعداد x و y من \mathbb{N} بحيث: $x^2 - 9y^2 = 28$
- ليكن x و y من \mathbb{N} بحيث: $x^2 + 9y^2 = 28$ (E)
أ) بين أن $0 \leq y \leq 1$
ب) استنتج أن المعادلة (E) ليس لها حل.

التمرين الثالث: (2ن)

- نضع $f(n) = n(n+2)(n+4)$ لكل n من \mathbb{N}
- ادرس زوجية $f(n)$
 - بين أن $f(n)$ يقبل القسمة على 3.

التمرين الرابع: (4ن)

- نضع لكل n من \mathbb{N} : $E(n) = n^2 + n + 41$
- بين أن $E(n)$ عدد فردي لكل n من \mathbb{N} .
 - صرح أولير Euler سنة 1772م بأن العدد $E(n)$ أولي لكل n أصغر من أو يساوي 39.
أ) تحقق من تصريح أولير لأجل n أصغر من أو يساوي 5.
ب) بين أن العدد $E(40)$ غير أولي.

التمرين الخامس: (2ن)

- نضع $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}$
- تحقق أن لكل n عدد صحيح طبيعي لدينا: $2^n = 2^{n+1} - 2^n$
 - بين أن $S = 2^{101} - 1$

التمرين السادس: (2ن)

- حدد a و b و c من \mathbb{N}^* بحيث: $0 < a < b < c$ و $ab + bc + ca = abc$.