

نيابة الخميسات - الثانوية التأهيلية  
محمد بن الحسن الوزاني  
السنة الدراسية : 2015/2014

فرض محروس رقم 3 مادة الرياضيات  
الدورة الأولى (بتاريخ: 2015/01/17)  
مدة الانجاز: 2h

الأستاذ : علي الشريف  
الثانية باكوريا علوم فيزيائية 3  
المجموعة ①

التمرين الأول : (6ن)

(1.5ن) (1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية :  $\ln(x-1) = 2\ln(3)$

(1.5ن) (2) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة التالية :  $\ln(2x) < \ln(3+x)$

(1.5ن) (3) أحسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{3x}$

(1.5ن) (4) حدد مجموعة تعريف الدالة :  $f(x) = \sqrt[3]{\ln(x)} - 2$

التمرين الثاني : (6ن)

(1) ليكن  $z_1 = 1 - 3i$  و  $z_2 = 3 + 2i$  عددين عقديين , اكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية :

(1.5ن) ①  $z_1 \times z_2$  , ②  $\frac{z_1}{z_2}$  , ③  $(z_2 - z_1)^3$

(1.5ن) (2) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $3iz + 1 = 2z + 4i$

(1.5ن) (3) حل في المجموعة  $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$  النظام :  $\begin{cases} 3z_1 - 2z_2 = 5i \\ z_1 - iz_2 = 2 \end{cases}$

(4) حدد قيمة العدد الحقيقي  $x$  التي من أجلها يكون العدد العقدي  $z = x^2 - 4x + 3 + i(x^2 - 1)$  :

(1.5ن) ①  $z = 0$  , ②  $Re(z) = 0$  , ③  $Im(z) = 5$

مسألة : (8ن)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة  $\varphi$  المعرفة على المجال  $[0, +\infty[$  ب :  $\varphi(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$

(0.5ن) (1) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$  .

(0.5ن) (2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $\varphi$  على اليمين في النقطة 0 .

(1ن) (3) بين أن  $\varphi$  تناقصية على المجال  $[0, 1]$  و تزايدية على المجال  $[1, +\infty[$  .

الجزء الثاني :

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \varphi(u_n)$

(0.5ن)

1 ( بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 \leq u_n \leq 2$  .

(0.5ن)

2 ( بين ان  $(u_n)$  المتتالية تناقصية .

(1ن)

3 ( استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها .

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[1; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = \ln(x) - 2\sqrt{\ln(x)} + 2$

(0.5ن)

1 ( أ- أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(0.5ن)

ب - ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .

(0.5ن)

2 ( أ- تحقق من أن :  $(\forall x \in ]1; +\infty[) : f'(x) = \frac{1}{x} \left( \frac{\sqrt{\ln(x)} - 1}{\sqrt{\ln(x)}} \right)$  .

(1ن)

ب - ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  . (قبل أن :  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -\infty$  )

(1ن)

3 ( أنشئ المنحنى  $(C_f)$  .

(0.5ن)

4 ( أ- بين أن  $f$  تقبل على المجال  $[e; +\infty[$  دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده .

ب - أنشئ  $(C_{f^{-1}})$  . (0.5ن)

نيابة الحميسات - الثانوية التأهيلية  
محمد بن الحسن الوزاني  
السنة الدراسية : 2015/2014

فرض محروس رقم 3 مادة الرياضيات  
الدورة الأولى (بتاريخ: 2015/01/17)  
مدة الإنجاز: 2h

الأستاذ : علي الشريف  
الثانية باكوريا علوم فيزيائية 3  
المجموعة ②

التمرين الأول : ( 6 ن )

( 1.5 ن ) ( 1 ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية :  $\ln(x+5) = \ln(1-x)$

( 1.5 ن ) ( 2 ) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة التالية :  $2 - \ln(2+x) > \ln(2)$

( 1.5 ن ) ( 3 ) أحسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 4x) \ln(x)$

( 1.5 ن ) ( 4 ) حدد مجموعة تعريف الدالة :  $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$

التمرين الثاني : ( 6 ن )

( 1.5 ن ) ( 1 ) ليكن  $z_1 = 3 + 5i$  و  $z_2 = 2 + i$  عددين عقديين , اكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية :

( 1.5 ن ) ( 1 )  $z_1 \times z_2$  , ( 2 )  $z_1^3$  , ( 3 )  $\frac{z_1 - z_2}{z_2 - 2i}$

( 1.5 ن ) ( 2 ) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $(z-i)(z+2i) = z-i$

( 1.5 ن ) ( 3 ) حل في المجموعة  $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$  النظام :  $\begin{cases} 2iz_1 - z_2 = i \\ 5z_1 - 3z_2 = 1 \end{cases}$

( 1.5 ن ) ( 4 ) حدد قيمة العددين الحقيقيين  $x$  و  $y$  التي من أجلها يكون العددين العقديين

( 1.5 ن ) متساويين .  $z_1 = x + 2i + i(y-x)$  و  $z_2 = 2x + y + i(y-3)$

مسألة : ( 8 ن )

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $\begin{cases} f(x) = x + \ln(3-x) ; x \leq 2 \\ f(x) = x + \sqrt{x^2 - 2x} ; x > 2 \end{cases}$

نعتبر المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

الجزء الأول :

( 0.5 ن ) ( 1 ) أ - أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .

( 0.5 ن ) ب - ادرس اتصال الدالة  $f$  في النقطة  $x_0 = 2$  .

( 1 ن ) ( 2 ) أ - بين أن :  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 0$  و أن :  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = +\infty$  .

(3) أ- بين أن :  $f'(x) = \frac{x-2}{x-3}$  ;  $\forall x \in ]-\infty; 2[$  ثم استنتج رقابة  $f$  على المجال  $]-\infty; 2[$ .

(0.5ن)

ب- أ- بين أن :  $f'(x) = 1 + \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$  ;  $\forall x \in ]2; +\infty[$  ثم استنتج رقابة  $f$  على

المجال  $]2; +\infty[$ . (0.5ن)

(0.5ن)

ج - ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(0.5ن)

(4) أ- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x-1) = 0$  ، ما ذا تستنتج ؟

(0.5ن)

ب- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$  وأن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - x = +\infty$  ، ما ذا تستنتج ؟

(0.5ن)

(5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

(6) أ- بين أن  $f$  تقبل على المجال  $]2; +\infty[$  دالة عكسية دالة عكسية معرفة على مجال  $J$  يتم تحديده .

(0.5ن)

ب- أنشئ  $(C_{f^{-1}})$ . (0.5ن)

الجزء الثاني :

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 1$  و  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = u_n + \ln(3 - u_n)$

(0.5ن)

(1) بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < u_n \leq 2$ .

(0.5ن)

(2) بين ان  $(u_n)$  المتتالية تزايدية .

(1ن)

(3) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها .

نيابة الحميسات - الثانوية التأهيلية  
محمد بن الحسن الوزاني  
السنة الدراسية : 2015/2014

فرض محروس رقم 3 مادة الرياضيات  
الدورة الأولى (بتاريخ: 2015/01/19)  
مدة الإجازة: 2h

الأستاذ : علي الشريف  
الثانية باكوريا علوم فيزيائية 4  
المجموعة ①

التمرين الأول : ( 6 ن )

- ( 1.5 ن ) ( 1 ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية :  $\ln(x^2 + 3x) = 0$
- ( 1.5 ن ) ( 2 ) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة التالية :  $\ln(x^2 + 2x) - \ln(x) \leq 0$
- ( 1.5 ن ) ( 3 ) أحسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{3x^2 + 5}{x^2 - 4}\right)$
- ( 1.5 ن ) ( 4 ) حدد مجموعة تعريف الدالة :  $f(x) = \frac{1}{\ln^2(x) - \ln(x)}$

التمرين الثاني : ( 6 ن )

1- ليكن  $z_1 = 1 + 3i$  و  $z_2 = 3 - 4i$  عددين عقديين , أكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية

- ( 1.5 ن ) ①  $z_1 \times z_2$  , ②  $z_2^3$  , ③  $\frac{i}{z_1}$
- ( 1.5 ن ) ( 2 ) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $\frac{iz + 2}{z - 3} = -4i$
- ( 1.5 ن ) ( 3 ) حل في المجموعة  $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$  النظام :  $\begin{cases} z_1 + iz_2 = i + 1 \\ 4z_1 - 3iz_2 = 1 - 2i \end{cases}$
- ( 1.5 ن ) ( 4 ) حدد قيمة العددين الحقيقيين  $x$  و  $y$  التي من أجلها يكون العددين العقديين :
- ( 1.5 ن )  $z_1 = x + 2 + i(y - x)$  و  $z_2 = 2x + y + i(5y - 3)$  متساويين .

مسألة : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \ln(1 - x^3) & ; x < 0 \\ f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2 & ; x \geq 0 \end{cases}$$

نعتبر المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

الجزء الأول :

- ( 0.5 ن ) ( 1 ) أ - أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .
- ( 0.5 ن ) ب - ادرس اتصال الدالة  $f$  في النقطة  $x_0 = 0$  .

2) أ- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+t)}{t} \times \sqrt[3]{t^2}$  وذلك بوضع  $t = -x^3$  ثم أستنتج

قابلية اشتقاق الدالة يسار النقطة  $x_0 = 0$ . (0.5ن)

ب- بين أن  $f$  قابلة للاشتقاق يمين النقطة  $x_0 = 0$ . ماذا تستنتج من 2) أ- وب-؟ (0.5ن)

ج- أعط تاويل هندسي لنتيجة السؤالين 2- أ و ب. (0.5ن)

3) أ- بين أن :  $(\forall x \in ]0; +\infty[) : f'(x) = 6\sqrt{x}(1 - \sqrt{x})$  ثم أستنتج رقابة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(0.5ن)

ب- أ بين أن :  $(\forall x \in ]-\infty; 0[) : f'(x) = \frac{-3x^2}{1-x^3}$  ثم أستنتج رقابة  $f$  على المجال  $]-\infty; 0[$ . (0.5ن)

ج- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$ . (0.5ن)

4) أ- بين أن :  $(\forall x \in ]-\infty; 0[) : \frac{f(x)}{x} = 3 \frac{\ln(-x)}{x} + \frac{\ln(1-x^3)}{x}$  ثم أدرس الفرع اللانهائي

للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$ ؟ (0.5ن)

ب- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  ، ماذا تستنتج؟ (0.5ن)

5) أنشئ المنحني  $(C_f)$ . (1ن)

الجزء الثاني:

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = \frac{4}{9}$  و  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = 4u_n \sqrt{u_n} - 3u_n^2$

1) بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : \frac{4}{9} \leq u_n \leq 1$ . (0.5ن)

2) بين ان  $(u_n)$  المتتالية تزايدية. (0.5ن)

3) أستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها. (1ن)

نيابة الخميسات - الثانوية التأهيلية  
محمد بن الحسن الوزاني  
السنة الدراسية : 2015/2014

فرض محروس رقم 3 مادة الرياضيات  
الدورة الأولى (بتاريخ: 2015/01/19)  
مدة الإجازة: 2h

الأستاذ : علي الشريف  
الثانية باكوريا علوم فيزيائية 4  
المجموعة ②

التمرين الأول : ( 6 ن )

- ( 1.5 ن ) ( 1 ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة التالية :  $\ln(x-2) = \ln(3-x)$
- ( 1.5 ن ) ( 2 ) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة التالية :  $\ln(3x-1) \geq \ln(x)$
- ( 1.5 ن ) ( 3 ) أحسب النهاية :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{\ln(x)+3}$
- ( 1.5 ن ) ( 4 ) حدد مجموعة تعريف الدالة :  $f(x) = \ln(3x-x^2)$

التمرين الثاني :

1\_ ( 1 ) ليكن  $z_1 = 4+5i$  و  $z_2 = -1-2i$  عددين عقديين , اكتب على الشكل الجبري الأعداد العقدية التالية :

( 1.5 ن )  $z_1 \times z_2$  ① ,  $(z_1 + z_2)^3$  ② ,  $\frac{z_2 + i}{z_1 - 3 - 3i}$  ③

( 1.5 ن ) ( 2 ) حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $5z + 2 - 3iz = 3i - 2z + iz$

( 1.5 ن ) ( 3 ) حل في المجموعة  $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$  النظام :  $\begin{cases} z_1 + iz_2 = i + 1 \\ 4z_1 - 3iz_2 = 1 - 2i \end{cases}$

( 4 ) حدد قيمة العدد الحقيقي  $x$  التي من أجلها يكون العدد العقدي :  $z = x^2 - 3x + i(x^2 + 1)$

( 1.5 ن )  $Re(z) = 0$  ① ,  $Im(z) = -3$  ② ,  $z = 2i$  ③

مسألة : ( 8 ن )

الجزء الأول :

نعتبر الدالة  $u$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $u(x) = x - 2\ln(x)$

( 1 ن ) ( 1 ) أحسب  $u'(x)$  لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$  ثم بين أن  $u$  تناقصية على المجال  $]0; 2]$  ,  
و تزايدية على المجال  $[2; +\infty[$  .

( 0.5 ن ) ( 2 ) آستنتج أن :  $u(x) > 0$  :  $(\forall x) ]0; +\infty[$  لاحظ أن :  $u(2) > 0$  .

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = x - (\ln(x))^2$  .

نعتبر المنحنى  $(C_f)$  الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1 ( 0.5ن ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

2 ( 0.5ن ) أ- بوضع :  $t = \sqrt{x}$  بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln(x))^2}{x} = 0$  .

ب- أستنتج أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$  .

ج- أحسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$  ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

د- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يوجد تحت المستقيم الذي معادلته  $y = x$  :  $(\Delta)$  .

3 ( 0.5ن ) أ- بين أن :  $f'(x) = \frac{u(x)}{x}$  :  $(\forall x \in ]0; +\infty[)$  .

ب- ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .

ج- أكتب معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة التي أفصوها 1 .

4 ( 0.5ن ) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0; +\infty[$  و أن :  $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$  .

( نقبل أن :  $\frac{1}{2} < (\ln(2))^2$  )

5 ( 0.5ن ) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

( نقبل أن :  $I(e; e-1)$  نقطة أنعطاف للمنحنى  $(C_f)$  و نأخذ :  $e \approx 2,7$  ) .

الجزء الثالث :

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = 2$  و  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = f(u_n)$

1 ( 0.5ن ) بين بالترجع أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 \leq u_n \leq 2$  . ( يمكن استعمال  $II-3$  ) أ-

2 ( 0.5ن ) بين ان  $(u_n)$  المتتالية تناقصية .

3 ( 1ن ) أستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها .





الأستاذة: عيسى  
الثديف