

يراعى في التصحيح التنظيم و وضوح الخط والدقة في البرهان والتسلسل المنطقي

التمرين 1 : (الأسئلة التالية مستقلة فيما بينها)

1- أثبت أن : $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 3$	1
2- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : \sqrt{n^2 + 7n + 12} \notin \mathbb{N}$	1
3- بين أن : $\left((x \neq 1) \vee (y \neq 2) \vee (z \neq 3) \right) \Rightarrow \left(\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} \neq \frac{x+y+z}{2} \right)$	1
4- برهن أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 7 \mid 3^{2n} - 2^n$	2
5- حل في \mathbb{R} المتراجحة : $2\sqrt{x-2} \leq x-1$	2
6- حدد قيمة حقيقة العبارات : $P : (\forall x \in \mathbb{R}^{*+}, \exists y \in \mathbb{Q} : \sqrt{x} = x^y)$	2
$Q : \left(\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}} \in \mathbb{N} \right) \Rightarrow \left(\exists (n, m) \in \mathbb{N}^2 : 2013 = 2^n \times (2m+1) \right)$	

التمرين 2 :

1- أثبت أن : $\forall x > 0, \forall y > 0 : x + y \geq 2\sqrt{xy}$ و $\forall x > 0 : x + \frac{1}{x} \geq 2$	1
2- بين أن : $\forall a > 0 : a^2 + \frac{2}{a} \geq 3$	1
3- بين أن : $\forall a > 0, \forall b > 0, \forall c > 0, \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$	1

التمرين 3 : (السؤالين 1 و 2 مستقلين)

1- نضع : $A = \left\{ x \in \mathbb{N} / \frac{3x+2}{x-2} \in \mathbb{Z} \right\}$	1
حدد A .	
2- نعتبر p عدد أولي و $q \in \mathbb{N}$ و $B \neq \emptyset$ بحيث :	1
حدد B ، $B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{Z}^2 / x^2 + qx - 3 = 0 \wedge y^2 + y - p = 0 \right\}$	

التمرين 4 :

لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E بسط ما يلي :

1) $(A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)$	1
2) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C})$	1
3) $(A \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap \bar{B} \cap \bar{C})$	1
4) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (A \cap \bar{B} \cap \bar{C})$	1

التمرين 5 : نضع : $E = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 2ax + b = 0\}$ و $F = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + 2bx + a = 0\}$ مع $a \neq b$

1- بين أن : $E \cap F \subset \left\{ \frac{1}{2} \right\}$	1
2- بين أن : $E \cap F \neq \emptyset \Leftrightarrow a + b = -\frac{1}{4}$	1