تاريخ التمرين: الجمعة 28 فبراير 2020 | توقيت التمرين: من 15h إلى 17h | مدة إنجاز الفرض : ساعتان

ملحوظة: يُدون المترشح(ة) على ورقة التحرير: اسمه ونسبه (بالحروف العربية وبالحروف اللاتينية)، اسم المؤسسة وتاريخ ميلاده.

Sujet — الموضوع

Exercice 1 : (6 points)
Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.

1. Calculer : $\left(1+\frac{1}{n-1}\right)\ \left(1-\frac{1}{n}\right)$.
2. Déduire la valeur du produit suivant :

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\ \left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ \left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ \ldots\ \left(1-\frac{1}{2020^2}\right)$$

التمرين 1: (6 نقط)
ليكن n عددا صحيحا طبيعيا أكبر من أو يساوي 2

1. احسب $\left(1-\frac{1}{n}\right)\ \left(1+\frac{1}{n-1}\right)$.
2. استنتج قيمة الجداء التالي:

$$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\ \left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ \left(1-\frac{1}{4^2}\right)\ \ldots\ \left(1-\frac{1}{2020^2}\right)$$

Exercice 2 : (4 points)
a et b sont deux nombres réels tels que :
$a^3=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ et $b^3=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

- Calculer la somme : $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$

التمرين 2: (4 نقط)
a و b عددان حقيقيان بحيث:
$a^3=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ و $b^3=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

- احسب المجموع: $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$

Exercice 3 : (6 points)
On considère un nombre entier supérieur ou égal à 10. On calcule le produit des chiffres qui composent ce nombre, on obtient un nouveau nombre. On recommence ce calcul avec ce nouveau nombre et ainsi de suite jusqu'on obtient un nombre s'écrivant avec un seul chiffre. Exemple : Soit le nombre 469 :

$$[469]\ \underbrace{4\times6\times9}\ \hookrightarrow [216]\ \underbrace{2\times1\times6}\ \hookrightarrow [12]\ \underbrace{1\times2}\ \hookrightarrow [2]$$

Il a fallu 3 étapes en tout : on dit que **la persistance** de 469 est 3.

1. Quelle est la persistance des nombres suivants :
   77 ; 25974 ; 197378
2. Trouver un nombre s'écrivant avec 20 chiffres dont la persistance soit 4.
3. Quelles sont les persistances possibles d'un nombre dont l'écriture comporte un chiffre pair et un 5 ?

التمرين 3: (6 نقط)
نعتبر عددا صحيحا أكبر من أو يساوي 10. نحسب جداء الأرقام المكونة لهذا العدد فنحصل على عدد صحيح طبيعي آخر ثم نعيد الحساب بنفس الطريقة الى أن نحصل على عدد صحيح طبيعي مكون من رقم واحد. مثال:
نعتبر العدد 469:

$$[469]\ \underbrace{4\times6\times9}\ \hookrightarrow [216]\ \underbrace{2\times1\times6}\ \hookrightarrow [12]\ \underbrace{1\times2}\ \hookrightarrow [2]$$

الحساب تم عبر 3 مراحل : نقول إن عدد "استمرار" العدد 469 هو 3.

1. حدد عدد "استمرار" الأعداد التالية:
   77 ; 25974 ; 197378
2. حدد عددا صحيحا مكونا من 20 رقم وعدد "استمراره" هو 4.
3. ما هي القيم الممكنة لعدد "استمرار" عدد صحيح طبيعي ، مكون من رقم زوجي و الرقم 5 ؟

Exercice 4 : (4 points)
Soit (AI) et (BJ) deux médianes d'un triangle ABC telles que $(AI)\perp(BJ)$.
(I milieu de $[BC]$ et J milieu de $[AC]$)

- Montrer que : $CA^2+CB^2=5AB^2$

التمرين 4: (4 نقط)
ليكن (AI) و (BJ) متوسطي مثلث ABC بحيث: $(AI)\perp(BJ)$.
(I منتصف $[BC]$ و J منتصف $[AC]$)

- بين أن: $CA^2+CB^2=5AB^2$