بسم الله الرحمان الرحيم

مؤسسة بلوش أزرو — 2.باك ع.ح.أ

2013/2014 — إعداد : أضرضور مصطفى

فرض منزلي رقم 3

التمرين الأول :

1- أثبت أن : $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x-\ln(x)-1}{\ln^2(x)}=\frac{1}{2}$

2 – حـــدد قيمـــة التعبيـــر التالـــي : $A=\ln\left(\frac{e}{2}\right)-\ln\left(\frac{1}{e^5}\right)+2\ln\left(\sqrt[3]{e}\right)$

3 – حـــل في $\mathbb{R}$ المعادلـة التاليـــة : $\ln^2(x)+\ln(x)=3$ ثم المتراجحة $\ln(3x-1)\le 1$

4 – لتكن f و g معرفتـين بـمايلـي : $f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^2.\ln(x)$ و $g(x)=x-1+2\ln(x)$

أ). بـين أن : $f'(x)=\frac{(x-1)}{x^3}.g(x)$ لـكـل x مـن المجال $]0,+\infty[$

5 - بــين أن : $\frac{(1+x)^2}{1-x^2}=-1-\frac{2}{x-1}$ ، ثـم حـــدد $\int \frac{(1+x)^2}{1-x^2}+\frac{\ln(x)}{x}\,dx$

التمرين الثاني :

I) - نعتبـر g الدالــة العدديـة المعرفـة على $]0,+\infty[$ بـمايلي : $g(x)=x^3-x-2\ln(x)+3$

1 –أ)- تحـقق أن : $3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$ لكل x من $]0,+\infty[$

ب)- بيـن أن : $\forall x\in]0,+\infty[\,,\quad g'(x)=\frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

ج)- إستنتــج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة التعبير $(x-1)$ ثم اعـط جدول تغيراتــــــها

د)- إستنتــج أن $g(x)\succ 0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$

II) - لتكن f الدالـة المعرفـة على $]0,+\infty[$ بمايلـي : $f(x)=x-1+\frac{x-1+\ln(x)}{x^2}$

1 – بيـن أن : $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=-\infty$ ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسياً

2 – أ)- بيـن أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1+\ln(x)}{x^2}=0$ (تذكر الخاصية $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^2}=0$)

ب)- إستنتـــج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

3 – بيـن أن المستقيـم ذو المعادلـــة $y=x-1$ مقـارب مـائل للمنحـنى (ς_f) بجوار $+\infty$

4 – أ)- بيـن أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ لكل x مـن $]0,+\infty[$

ب)- ضـع جدول تغيـرات الدالــة f (تذكر أن $\forall x\in]0,+\infty[:g(x)\succ 0$)

5 – أحـسب $f'(1)$ ثم إستنتـج أن $y=3(x-1)$ معادلة المماس في النقطة $A(1,0)$

6 – أنشـئ (ς_f) في م.م.م $(o,\vec{i},\vec{j})$ (نقبــل أن للمنحـنى (ς_f) نقطـة إنعطاف)