



الأولمبياد الوطني في الرياضيات 2021

الفرض الخامس باللغتين العربية والفرنسية

الشعبة : العلمية

المستوى الدراسي : الجذع المشترك

مدة الإنجاز : ثلاثة ساعات

تاريخ التمرير : الجمعة 22 مارس 2019

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:

- اسم ونسبة المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة والمديرية الإقليمية.

Exercice 1 : On considère un cercle (\mathcal{C}) de centre O . Soient (AB) et (AC) deux droites tangentes au cercle (\mathcal{C}) aux points B et C . Le point E appartient au diamètre $[BD]$ tel que $(CE) \perp (BD)$.

1. Montrer que : $BE \cdot BO = AB \cdot CE$.
2. Montrer que : $\frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$.

Exercice 2 : Trouver le plus petit nombre réel m , pour lequel il existe deux nombres réels a et b tels que l'inégalité

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

soit vérifiée pour tout x de l'intervalle $[-1; 1]$.

Exercice 3 : Soit p un nombre premier. Supposons qu'il existe deux entiers naturels distincts m et n tels que

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}.$$

Montrer qu'il existe a de \mathbb{N} tel que :

$$2p - n - m = a^2 \text{ ou } 2p - n - m = 2a^2.$$

التمرير 1 : نعتبر دائرة \mathcal{C} مركزها O . ليكن (AB) و (AC) مستقيمين مماسين للدائرة \mathcal{C} عند نقطتين B و C . النقطة E تنتهي للقطر $[BD]$ بحيث $(CE) \perp (BD)$.

$$\text{1. بين أن: } BE \cdot BO = AB \cdot CE$$

$$\text{2. بين أن: } \frac{AB}{\sqrt{BE}} = \frac{BO}{\sqrt{ED}}$$

التمرير 2 : أوجد أصغر عدد حقيقي m , الذي من أجله يوجد عددين حقيقيان a و b حيث تكون المتفاوتة

$$|x^2 + ax + b| \leq m(x^2 + 1)$$

محقة لكل x من المجال $[-1; 1]$.

التمرير 3 : ليكن p عدداً أولياً. نفترض أنه يوجد عددان صحيحان طبيعيان مختلفان m و n بحيث

$$p^2 = \frac{m^2 + n^2}{2}$$

بين أنه يوجد a من \mathbb{N} حيث :

$$2p - n - m = a^2 \text{ أو } 2p - n - m = 2a^2$$