

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1

(I) نعتبر الدالة: $g(x) = 2e^x - 4x$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 0.5+0.5

(2) أحسب $g'(x)$ و أدرس إشارتها و ضع جدول التغيرات. 0.5+0.5

(3) استنتج أن $\forall x \in \mathbb{R}: g(x) > 0$. نأخذ: $\ln 2 \approx 0,7$. 0.75

(II) نعتبر الدالة العددية المعرّفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{4x + 4}{e^x}$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و تحقّق أنّ C_f يقبل فرع شلجمي في اتجاه محور الأرتيب جوار $-\infty$ 0.75+0.5

(2) أ) بيّن أنّ المستقيم $y = 2x - 1$: (Δ) مقارب مائل ل C_f جوار $+\infty$. 0.75

ب) حدّد تقاطع (Δ) و C_f ثمّ أدرس الوضع النسبي لهما. 0.75

(3) بيّن أنّ $\forall x \in \mathbb{R}: f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$ و ضع جدول تغيرات f . 0.5+1

(4) بيّن أنّ $\forall x \in \mathbb{R}: f''(x) = \frac{4x - 4}{e^x}$ و أدرس تقعر C_f محدداً نقطة الانعطاف. 0.5+0.5

(5) حدّد معادلة المستقيم (T) المماس ل C_f في 0 . 0.5

(6) أنشئ C_f و (T) و (Δ) معطيات: $f(1) \approx 4$ و $f(3,2) \approx 6$. 1.5

(III) (1) أحسب التكامل: $A = \int_0^1 (2x - 1) dx$ 0.75

(2) أحسب $B = \int_0^1 (4x + 4) \cdot e^{-x} dx$ مستعملاً مكاملة بالأجزاء. 1.25

(3) حدّد مساحة الحيّز المحصور بين C_f و محور الأفاصيل و المستقيمين $x = 0$ و $x = 1$. 0.5

التمرين 2

نعتبر المتتاليتين (U_n) و (V_n) المعرفتين بما يلي: $V_0 = 4$ و $V_{n+1} = \frac{25}{10 - V_n}$ و $U_n = \frac{1}{V_n - 5}$.

(1) أحسب U_0 و V_1 .

0.25+0.25

(2) أ) بين بالترجع أن: $\forall n \in \mathbb{N}: V_n < 5$.

1

ب) بين أن (V_n) تزايدية و استنتج أنها متقاربة.

0.25+0.75

(3) بين أن المتتالية (U_n) حسابية أساسها $-\frac{1}{5}$.

0.75

أ) أكتب U_n بدلالة n .

0.5

ب) بين أن $V_n = \frac{5n + 20}{n + 5}$ و حدّد $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$.

0.5+0.5

التمرين 3

(أسئلة هذا التمرين مستقلة فيما بينها)

(1) نعتبر متتالية (w_n) بحيث: $\forall n \in \mathbb{N}: \frac{5(2^n) + 5^n}{5^n + 6} \leq w_n \leq \frac{7(3^n) + 5^n}{5^n + 4}$ ، حدّد $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$.

0.75

(2) حلّ في \mathbb{R} المعادلة: $2(\ln x)^2 + 3\ln x - 9 = 0$.

1

(3) أحسب التكامل $D = \int_1^2 \frac{2x}{x^2 + 3} \cdot \ln(x^2 + 3) dx$.

1

بالتوفيق