تمارين تمهيدية لدرس المتتاليات العددية

إعداد : أضرضور مصطفى

التمرين الأول

1- (u_n) متتالية عددية معرفة بمايلي: $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n}$

أحسب u_1 و u_2 و u_3 و u_4

2- أحسب النهايات التالية :

$$\lim n\sqrt{n} \quad \text{و} \quad \lim \frac{1}{n^{\frac{2}{3}}}$$

3- أحسب النهايات التالية :

$$\lim 2^n - 3^n \ , \ \lim \frac{2^n}{5^n} \ , \ \lim \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^n \ , \ \lim \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$$

$$\lim \frac{\cos^n\left(\frac{37\pi}{2009}\right)}{n} \ , \ \lim -3\left(\frac{5}{3}\right)^n \ , \ \lim \left(\frac{2}{\pi}\right)^{n+1}$$

4- (u_n) متتالية عددية معرفة بمايلي: $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{(-1)^n}{n^2 + 2n + 3}$

أ- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : |u_n| \leq \frac{1}{n^2}$

ب- إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة محدداً نهايتها

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية عددية معرفة بمايلي : $u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 2}$

1- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \leq u_n \leq 1$

2- بين أن (u_n) متتالية تناقصية قطعاً

3- إستنتج أن (u_n) متقاربة

نضع : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n}{1 + u_n}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$