ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 04 الدورة الأولى : 2014/2013	2 بكالوريا علوم رياضية مدة الإنجاز : أربع ساعات ذ : عبدالله بن لختير

■ **التمرين رقم 01:** (02 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $]-1;1[$ بما يلي :

$$(\forall x\in]-1;0[\cup]0;1[);\ f(x)=\frac{x}{\ln(|x|)}\cos\left(\frac{1}{x}\right) \text{ و } f(0)=0 .$$

0,5 **1)**- بين أن f قابلة للإشتقاق في الصفر .

0,75 **2)**- بين أن f قابلة للإشتقاق على $]0;1[$ و $]-1;0[$ ، ثم أحسب $f'(x)$ على $]-1;0[\cup]0;1[$.

3)- لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $u_n=\dfrac{1}{\frac{\pi}{2}+2n\pi}$ و $v_n=\dfrac{1}{-\frac{\pi}{2}+2n\pi}$.

0,5 أ- أحسب نهاية كل من $(f'(u_n))_{n\in\mathbb{N}}$ و $(f'(v_n))_{n\in\mathbb{N}}$.

0,25 ب- هل الدالة f' متصلة في الصفر ؟ علل جوابك .

■ **التمرين رقم 02:** (02 نقط)

⇦ ليكن n من $\mathbb{N}^*$ و f_n الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي :

$$(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});\ f_n(x)=\ln x-e^{-nx} .$$

0,5 **1)**- بين أن f_n تقابل من $\mathbb{R}^{*+}$ نحو $\mathbb{R}$.

0,5 **2)**- إستنتج أن المعادلة : $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n في $\mathbb{R}^{*+}$ و أن : $\alpha_n>1$.

0,5 **3)**- أدرس رتابة المتتالية $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

0,5 **4)**- أحسب نهاية $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ معللا جوابك .

■ **التمرين رقم 03:** (3,5 نقطة)

⇦ لتكن $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N});S_n=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k}{k!}$.

و لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $u_n=S_{2n}$ و $v_n=S_{2n+1}$.

0,75 **1)**- بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متحاديتان . ماذا تستنتج ؟

2)- لتكن f_n الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$$f_n(x)=e^{-x}-\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k}{k!}x^k \text{ ، حيث } n\in\mathbb{N} .$$

1 أ- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^+);\ f_{2n}(x)\le 0\le f_{2n+1}(x)$.

0,75 ب- إستنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N});v_n\le\frac{1}{e}\le u_n$ ، ثم أحسب نهاية كل من $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

1 **3)**- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});\left|S_n-\frac{1}{e}\right|\le\frac{1}{n}$ ، ثم إستنتج أن $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة محددا نهايتها .

ABDELLAH-@-BELKHATIR

■ **التمرين رقم 04:** (6,5 نقطة)

❖ **الجزء الأول:** (3,75 نقطة)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{1+x^2\ln x}};x\neq 0 \text{ و } f(0)=0 .$$

0,5 **1)**- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});1+x^2\ln x>0$ ، ثم إستنتج D_f .

0,25 **2)**- بين أن (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا أفقيا ينبغي تحديده .

0,5 **3)**- أدرس إتصال و قابلية إشتقاق الدالة f على اليمين في الصفر .

0,5 **4)**- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});f'(x)=\dfrac{2-x^2}{2(1+x^2\ln x)^{\frac{3}{2}}}$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .

0,5 **5)**- حل في $\mathbb{R}^+$ المعادلة : $f(x)=x$ ، وضع جدولا تحدد فيه إشارة $f(x)-x$ على $\mathbb{R}^+$.

0,5 **6)**- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

7)- لتكن h قصور الدالة f على المجال $I=[0;\sqrt{2}]$.

0,5 أ- بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

0,5 ب- أرسم المنحنى $(C_{h^{-1}})$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❖ **الجزء الثاني:** (2,75 نقطة)

⇦ لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1}=f(u_n) \text{ و } u_0=\frac{1}{2} .$$

0,5 **1)**- أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});u_n\in]0;1[$.

0,5 ب- أدرس رتابة $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

0,25 ج- أحسب نهاية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

0,25 **2)**- أ- تحقق من أن : $(\forall k\in\mathbb{N});\dfrac{1}{u_{k+1}^{\ 2}}-\dfrac{1}{u_k^{\ 2}}=\ln(u_k)$.

0,5 ب- إستنتج نهاية المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $(\forall n\in\mathbb{N});v_n=\prod_{k=0}^{n}u_k$.

3)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع : $S_n=\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{1}{k}h^{-1}(u_k)$.

0,5 أ- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*);h^{-1}(u_{n+1})\times\left(\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{1}{k}\right)\leq S_n\leq h^{-1}(u_{2n})\times\left(\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{1}{k}\right)$.

0,25 ب- إستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ (نقبل أن : $\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=n+1}^{2n}\frac{1}{k}=\ln 2$) .

ABDELLAH-@-BELKHATIR

■ **التمرين رقم 05:** (06 نقط)

❖ **الجزء الأول:** (2,75 نقطة)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{1-xe^{-x}}$.

0,5 **1)**- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R});1-xe^{-x}>0$ ، ثم إستنتج D_f .

0,5 **2)**- أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم اعط تأويلهما الهندسي .

0,5 **3)**- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R});\ f'(x)=\dfrac{(1-x)e^{-x}}{(1-xe^{-x})^2}$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .

0,5 **4)**- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0,5 **5)**- بين أن : $(\forall x\in[0;+\infty[);1\le f(x)\le\dfrac{e}{e-1}$.

0,25 **6)**- تحقق أن الدالة : $g:t\mapsto tf(t)$ تقبل على $\mathbb{R}^+$ دالة أصلية وحيدة G تحقق : $G(0)=0$.

❖ **الجزء الثاني :** (3,25 نقطة)

⇦ لتكن F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^{*+}$ بما يلي :

$(\forall x\in[1;+\infty[);F(x)=G(\ln x)$ و $(\forall x\in]0;1[);F(x)=G(-\ln x)$.

0,25 **1)**- بين أن : $(\forall x\in]0;1[);F(x)=F\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

0,5 **2)**- حدد منحى تغيرات F على $[1;+\infty[$ ، ثم إستنتج منحى تغيراتها على $]0;1[$.

0,5 **3)**- أ- بين أن : $(\forall x\in[1;+\infty[);\dfrac{1}{2}(\ln x)^2\le F(x)\le\dfrac{e}{2(e-1)}(\ln x)^2$.

0,75 ب- أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{F(x)}{x}$ ، ثم اعط تأويلهما الهندسي .

0,5 ج- أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to0^+}F(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

0,5 **4)**- أدرس قابلية إشتقاق F في $x_0=1$ ، ثم أول النتائج المحصل عليها .

0,5 **5)**- أرسم المنحنى (C_F) في معلم متعامد و ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❖ **تمرين إضافي رقم 01:** (02 نقط)

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $[0;1[$ بما يلي :

$f(0)=1$ و $(\forall x\in]0;1[);\ f(x)=\dfrac{-x}{(1-x)\ln(1-x)}$.

1 **1)**- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!u_n\in[0;1[);\ f(u_n)=n$.

1 **2)**- بين أن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

ABDELLAH-@-BELKHATIR

❖ **تمرين إضافي رقم 02:** (02 نقط)

⇦ لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}dx$.

1)- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); 0 \le I_n \le \frac{1}{n+1}$ ، ثم إستنتج نهاية $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$.	0,5
2)- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); I_n + I_{n+1} = \frac{1}{n+1}$ ، أحسب التكاملين I_0 و I_1 .	0,75
3)- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*); (-1)^n I_n = \ln(2) + \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$ ، ثم إستنتج $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^k}{k}$.	0,75

إنتهى الموضوع .

✓ تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .

$$e^{i\pi}+1=0$$
$$e^{iu}=\cos(u)+i\sin(u)$$
$$\gamma=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}\dots+\frac{1}{n}-\log(n)\right)$$
$$V-E+F=2$$
$$S-I=\sum_{k=1}^{p}\frac{B_{2k}}{(2k)!}\left(f^{(2k-1)}(n)-f^{(2k-1)}(0)\right)+R$$

abouzakariyamaths@gmail.com
06-62-06-90-66

ABDELLAH ELKHATIR