

فرض محروس رقم 2  
(الدورة الأولى)

موضوع الفرض	التقيط
<p><b>تمرين 1</b></p> <p>نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة بـ: <math>f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1-x}{1+x}\right)</math></p> <p>(1) حدد <math>D_f</math> مجموعة تعريف الدالة <math>f</math> 0,5</p> <p>(2) أ- بين أن <math>f</math> قابلة للاشتقاق على <math>D_f</math> وأن: <math>\forall x \in D_f : f'(x) = 0</math> 1,5</p> <p>ب- استنتج قيم <math>f(x)</math> لكل <math>x \in D_f</math> 1</p> <p>(3) استنتج <math>f(-2)</math> واستنتج أن: <math>\arctan(2) + \arctan(3) = \frac{3\pi}{4}</math> 1,5</p>	
<p><b>تمرين 2</b></p> <p>نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة على المجال <math>]-\infty, 6]</math> بـ: <math>f(x) = \sqrt[3]{6-x}</math></p> <p>(1) احسب النهايات الآتية: 6</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \sqrt[3]{-x}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + x</math> و <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - \sqrt[4]{1-x}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arctan^3(f(x) - 2)}{(x + 2)^2}</math> و <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} x \arctan(f(x)) - \frac{\pi}{2}x</math></p> <p>(2) ادرس قابلية اشتقاق الدالة <math>f</math> على اليسار في العدد 6 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها 1,5</p> <p>(3) بين أن <math>f</math> قابلة للاشتقاق على المجال <math>]-\infty, 6]</math> واحسب <math>f'(x)</math> لكل <math>x</math> من <math>]-\infty, 6]</math> 1</p> <p>(4) بين أن: <math>\exists! \alpha \in ]1, 5[ / f(\alpha) = \alpha</math> 1</p> <p>(5) أ- بين أن <math>\forall x \in [1, 5]  f'(x)  \leq \frac{1}{3}</math> 0,5</p> <p>ب- استنتج باستعمال مبرهنة التزايد المتناهية أن: 1</p> <p><math>\forall a \in [1, 5]; \forall b \in [1, 5]  f(a) - f(b)  \leq \frac{1}{3} a - b </math></p> <p>(6) نعتبر المتتالية <math>(u_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> المعرفة بـ: <math>u_0 = 1</math> و <math>u_{n+1} = \sqrt[3]{6 - u_n}</math> 0,5</p> <p>أ) بين أن <math>\forall n \in \mathbb{N} u_n \in [1, 5]</math> 0,5</p> <p>ب) بين أن <math>\forall n \in \mathbb{N}  u_{n+1} - \alpha  \leq \frac{1}{3} u_n - \alpha </math> (حيث <math>\alpha</math> هو حل المعادلة <math>f(x) = x</math>) 0,5</p> <p>ج) استنتج أن: <math>\lim (u_n)_n = \alpha</math> 1</p> <p>(7) حل في <math>\mathbb{R}</math> المعادلتين الآتيتين: 1</p> <p><math>(E_1): f(x) + f(-x) = 3</math> 1</p> <p><math>(E_2): f(-x) - f(x) = \sqrt{f(x)f(-x)}</math> 1,5</p>	