

Durée: 02h30mn

■ التمرين رقم 01: (11pts)

← الجزء الأول: (02pts)

تتكن φ الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$\varphi(x) = x(x-1) + \ln x$$

(1)- بين أن φ تزايدية قطعاً على $]0; +\infty[$. (1pt)

(2)- أحسب $\varphi(1)$ ، ثم إستنتج إشارة $\varphi(x)$ على $]0; +\infty[$. (1pt)

← الجزء الثاني: (04pts)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$f(x) = (x-1)^2 + (\ln x)^2$$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1)- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم أعط تأويلها الهندسي. (0,5pt)

(2)- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم أعط تأويلهما الهندسي. (1pt)

(3)- بين أن : $f'(x) = \frac{2\varphi(x)}{x}$ ، $(\forall x \in]0; +\infty[)$ ، ثم ضع جدول تغيرات f . (1,5pts)

(4)- أرسم المنحنى (C_f) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (1pt)

← الجزء الثالث: (05pts)

تتكن h قصور الدالة f على المجال $I =]0; 1]$.

(1)- بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده. (1pt)

(2)- ضع جدول تغيرات الدالة u المعرفة على المجال I بما يلي : $u(x) = h(x) - x$. (1,5pts)

(3)- إستنتج أن المعادلة : $h(x) = x$ تقبل حلاً وحيداً α على I و أن : $\frac{1}{2} < \alpha < 1$. (1,5pts)

(4)- أرسم المنحنى $(C_{h^{-1}})$ في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (1pt)

■ التمرين رقم 02: (09pts)

← الجزء الأول: (03pts)

تتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = \sqrt{1 + \frac{x^2}{2}}$.

(1) - ضع جدول تغيرات f على \mathbb{R}^+ . (1pt)

(2) - حل في \mathbb{R} المعادلة : $f(x) = x$. (E). (1pt)

(3) - بين أن : $f(x) < x$: $(\forall x \in]\sqrt{2}; +\infty[)$. (1pt)

← الجزء الثاني: (03pts)

تتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

. $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0 = 2$

(1) - بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n > \sqrt{2}$. (1pt)

(2) - أدرس رقابة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ، ثم إستنتج أنها متقاربة. (1,5pts)

(3) - أحسب نهاية المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (0,5pt)

← الجزء الثالث: (03pts)

تتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

. $(\forall n \in \mathbb{N}); v_n = -2 + u_n^2$

(1) - بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول. (1pt)

(2) - أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج u_n بدلالة n . (1pt)

(3) - حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$. (1pt)

إنتهى الموضوع .

يؤخذ بعين الاعتبار حسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة